Sammlung
aufgelöster
Algebraischer Aufgaben
nebst
einer Einleitung
in die
Buchstabenrechnung und Algebra.

Von

Johann Philipp Grüson,

Königl. Preußischen Professor der Mathematik
bey dem adelichen Cadettencorps und bey der Bau-Akademie,
auch wirklichem Mitgliede der Berliner Akademie
der Wissenschaften ꝛc.

Erster Theil.

Enthaltend bestimmte Aufgaben vom ersten Grade mit Einer unbekannten Größe.

Neue verbesserte und sehr stark vermehrte Ausgabe.

Halle, 1805.

In Johann Christian Hendels Verlage.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Vorrede zur ersten Ausgabe.

Der Raum und der Zweck eines algebraischen Lehrbuchs, verstattet aus mehr als Einem Grunde nicht, daß es eine weitläuftige Beispielsammlung von algebraischen Aufgaben enthalte, so nothwendig auch solche immer seyn mögen. Denn es kann nicht geleugnet werden, daß der Lehrling ohne diese Uebung die Anleitung zur Algebra weder recht fassen, noch recht anwenden kann, und also nie weit kommen wird.

Der Lehrer ist daher immer genöthigt, sich ausser dem Lehrbuche noch viele andere zum Theil theure algebraische Schriften anzuschaffen, und hier sucht er das, was er wissen will, oder grade nöthig hat, doch oft vergebens.

Dem Anfänger ist eine vollständige Sammlung von dergleichen Aufgaben fast noch unentbehrlicher, da er sie zu seinen algebraischen Uebungen nothwendig braucht, und da er noch nicht Vorkenntniß genug hat, mit Nutzen und Auswahl jede algebraische Schrift zu lesen.

Es ist daher eine solche vollständige Sammlung wie gegenwärtige, die noch nirgend so existirt, gewiß beyden willkommen. – Ich habe zur möglichen Erreichung des wahren Zwecks, die Auflösung einer jeden Aufgabe so deutlich dargestellt, und auch die Kunstgriffe entwickelt, welche der Verstand dabey anzuwenden hat, so, daß fast jede Aufgabe ganz für sich verständlich seyn wird. Der Lehrer oder Anfänger wird daher selten eine Aufgabe wählen, von welcher ihm nicht die Auflösung ohne die vorhergehenden Aufgaben gelesen zu haben, ganz verständlich seyn sollte.

Mehr von dem Nutzen einer solchen Sammlung zu sprechen, ist überflüßig. – Die Alten haben sicher den Nutzen davon eingesehen, daher schrieben sie – Mathematische Belustigungen;

Er=

Erquickstunden; Algebraische-Zeitvertreiber; Sinnen-Confekte (und wie sonst die Titel alle heissen mögen), die aber für den jetzigen Zustand der Wissenschaft nicht mehr brauchbar sind.

Noch finde ich nöthig anzuzeigen: daß diese Aufgaben schon vor einigen Jahren gleich im Anfange meines algebraischen Fleisses, gesammlet sind, und daß ich, geliebt es Gott, jede Messe einen Theil so stark als gegenwärtigen herauszugeben gedenke. Der nächste Theil enthält ausser der Fortsetzung der Einleitung in die Buchstabenrechnung und Algebra, die Aufgaben vom ersten Grade mit zwey unbekannten Größen; der 3te Theil beschließt endlich die Aufgaben des ersten Grades, mit drey und mehrern unbekannten Größen. Solche 3 Theile werden allemal einen Band ausmachen. Dann sollen Aufgaben vom zweyten Grad u. s. w. folgen. *)

Die Einleitung in die Buchstabenrechnung und Algebra, ist von mir auf Verlangen meines Herrn

*) Der 2te Theil dieser Sammlung ist 1794 erschienen, der 3te und die folgenden Theile, folgen dieser Ausgabe auf den Fuße.

Herrn Verlegers, hinzugefügt worden, nachdem die Aufgaben bereits abgedruckt waren – dieses wird einige Mängel entschuldigen, welche die Eile verursacht hat. Ich habe hin und wieder neue Vorstellungsarten gewählt, z. B. bey der Multiplication der entgegengesetzten Größen §. 33. der Einleitung, und einsichtsvolle Recensenten werden mich darüber selbst durch ihren Tadel belehren.

Druckfehler habe ich einige am Ende angezeigt, die ich bitte vor dem Gebrauch des Buchs zu verbessern. Sollte ich mehrere entdecken, so theile ich sie im nächsten Theile mit.

Mein einziger Wunsch ist nützlich zu werden – möchte doch derselbe in Erfüllung gehen.

Berlin den 2ten Februar
1793.

Der Verfasser.

Vorrede zur zweyten Ausgabe.

Um den angehenden Mathematiker, Ingenieur, Baumeister, überhaupt diejenigen, deren künftige Berufsgeschäfte die Anwendung der Mathematik erfordern, so wie auch allen Wißbegierigen, die es fühlen, daß man in gegenwärtigen Zeiten ohne Schande in den Anfangsgründen der Algebra keine Unkunde zeigen darf, eine zweckmäßige und nützliche Vorübung zu geben, entschloß ich mich zu der Herausgabe dieser Sammlung algebraischer Aufgaben. Ich habe nachher mehrere Nachfolger gehabt, ich nenne hier nur zwey die Aufmerksamkeit verdienen:

Uflakkers Exempelbuch für Anfänger und Liebhaber der Algebra 1793, die 2te Aufl. 1799; enthält die Aufgaben mit beygesetzten Antworten ohne weitere Auflösung. Dem Buche sieht man es an, daß Herr Uflakker wol schwerlich der Mann ist, von dem etwas Gutes in dieser Art zu erwarten war.

Eine weit bessere und vollständigere Sammlung dieser Aufgaben mit ihrem Resultate, jedoch ohne Auflösung, gab Herr Meier Hirsch: Sammlung von Beyspielen, Formeln und Aufgaben aus der Buchstabenrechnung und Algebra. Berlin bey Frölich 1804.

Gegenwärtige neue Auflage meiner Sammlung, habe ich mit 161 neuen Aufgaben vermehrt, und noch mehr als bey der ersten Auflage bereits geschehen war, die arithmetische Auflösung eines Problems (wo ich es rathsam fand,) hinzugesetzt.

Diese doppelte Behandlung eines Problems ist desto nützlicher, da hierdurch die Erlernung der Algebra, eine fast ununterbrochene Uebung praktischer Logik wird; und dadurch einen Vortheil

theil gewähret, der bey dem Studium der Mathematik für junge Leute um so höher in Anschlag zu nehmen ist, als es der Hauptnutzen ist, den die meisten derselben daraus zu ziehen haben.

Nur dürfen wir uns nicht schmeicheln, jede Aufgabe durch ein arithmetisches Raisonnement auflösen zu können: denn es giebt viele Aufgaben, die zu verwirrt sind, als daß wir sie durch bloßes arithmetisches Raisonnement, ohne Gebrauch der Mittel und praktischen Regeln, welche die Algebra uns darbietet, auflösen könnten. Daher ist es durchaus nothwendig, sich an einfache Aufgaben gut eingekleideter arithmetischen Räthsel, in der Anwendung dieser Hülfsmittel in Regeln zu üben, um durch die Fertigkeit in ihrem Gebrauch die Schwierigkeit ihrer Anwendung auf verwickeltere Aufgaben zu vermindern. Besonders kommen in den physisch-mathematischen Wissenschaften viele Fälle vor, wo die Benutzung jener Hülfsmittel und Regeln unentbehrlich wird. Selbst alsdann, wenn wir bey einer seltenen Vollkommenheit unsers Verstandes dergleichen Schwierig-

rigkeiten durch bloßes Raisonnement haben könnten, muß man doch gestehen, daß das Verfahren dabey meistens zu weitläuftig und zu wenig allgemein seyn werde. Es ist aber, besonders in der angewandten Mathematik, oft das Wichtigste, daß man, und zwar auf die kürzeste Art, zu seinem Zweck gelange.

Ich wünsche, daß man diese neue Auflage mit eben der Güte aufnimmt, als sich die erste Auflage zu rühmen hat, und daß man den Verfasser die Gerechtigkeit wiederfahren läßt, er habe ein sehr nützliches und brauchbares Buch – besonders in dieser neuen Auflage geliefert.

Berlin den 18ten August
1804.

Grüson.

Einleitung
in die Buchstabenrechnung und Algebra.

§. 1.

Bey dem Anblick sichtbarer Gegenstände drängt sich unsrer Seele der Begriff von Vielheit und Größe von selbst auf, und durch Abstraktion denkt sie sich diese Begriffe für blos abstrakte Dinge. So z. B. kann sie sich die Größe, oder die runde Figur des Mondes allein vorstellen, ohne nöthig zu haben, auch zugleich an seine übrigen Beschaffenheiten zu denken. — Sie nimmt ferner wahr: daß sie sich alle diese Gegenstände größer oder auch kleiner, der Zahl nach ihrer mehr oder weniger denken kann, und wird nun sehr leicht schließen, daß man alles das eine Größe nennen könne, was einer Vermehrung oder Verminderung fähig ist.

Anmerk. Der Wohlklang und Reichthum der Sprache heischt oft, daß man bey verschiedenen Sachen, denen das mehr und minder zukömmt, verschiedene, jedoch mit mehr und minder gleichbedeutende Wörter gebraucht. Dem gewöhnlichen Sprachgebrauche gemäß pflegt man das Prädikat mehr oder minder immer nur ganzen Mengen von gleichartigen Dingen beizulegen. So z. B. sagt man: Saturn habe mehr Trabanten als Jupiter, und die Erde habe weniger als Jupiter. Hingegen das Prädikat groß oder klein gebraucht man gewöhnlich nur, wenn von einzeln Dingen die Rede ist: z. B die Sonne ist größer, der

Mond

Mond aber ist kleiner als die Erde, wiewol es auch dem Sprachgebrauch nicht gänzlich entgegen wäre, wenn man sagte: die Menge der bey dem Saturn befindlichen Trabanten ist grösser, als die bey dem Jupiter; oder umgekehrt, diese Menge ist kleiner als jene; auch, die Sonne hat mehr Größe als die Erde; oder umgekehrt, die Erde hat weniger Größe als die Sonne. Eben diese Bewandniß hat es auch mit folgenden gleichbedeutenten Wörtern: Vielheit, Menge, Zahl, Anzahl. Wer die Sprache versteht, dem sind diese Wörter verständlich, und er braucht darüber keine weitere Erläuterung.

§. 2.

Die Arithmetik, Rechenkunst, oder besser Rechenwissenschaft, betrachtet die Größe blos als eine Menge von Theilen. Ist nun die Anzahl dieser Theile bestimmt, so bezeichnet man sie mit Zahlen. Z. B. tausend Ducaten sind eine ganz bestimmte Menge, die ich durch die Zahl 1000 bestimmt angeben kann. Ist aber die Anzahl der Theile unbestimmt, oder wird solche als unbestimmt angesehen, so bedient man sich zu ihrer Bezeichnung der Buchstaben, und zwar gewöhnlich der kleinen lateinischen. Eine unbestimmte Menge Ducaten zu bezeichnen, könnte man sich der Zeichen a. b, c u. s. w. bedienen. Hieraus erhellet der Unterschied im Gebrauch der Zahlen und Buchstaben. Die Zahlen geben eine bestimmte Menge bestimmt an. Die Buchstaben können jede bestimmte Menge bedeuten. Alle arithmetische Veränderungen der Größen, wenn man sie allgemein betrachtet, und also mit Buchstaben bezeichnet, machen die Buchstabenrechnung aus. So viel vorläufig von dem, was man unter dem Worte Buchstabenrechnung verstehet — mehr hier davon zu sagen, möchte Anfängern noch nicht verständlich genug vorgetragen werden können.

An-

Anmerk. Betrachtet man die Größe bloß als eine Menge von Theilen, so nennt man sie discrete Größe, und nur mit solcher beschäftigt sich die Arithmetik.

§. 3.

Zu den Vortheilen die in der Buchstabenrechnung aus dem Gebrauch der Buchstaben entspringen, gehört vorzüglich der: daß man sich in derselben gewisser Zeichen bedient, dadurch die Sprache in der Buchstabenrechnung ausserordentlich einfach, kurz und bündig wird. Obgleich diese Zeichen zum Theil schon in der gemeinen Arithmetik gebraucht werden, und daher meinen jungen Lesern, bey denen ich gemeine Arithmetik voraussetzen muß, bereits schon bekannt sind, so halte ich es doch für gut, sie hier mit anzuführen.

§. 4.

Das Zeichen (+) ist das Zeichen der Addition und wird plus oder und gelesen. Z. E. 3 + 7, wird gelesen 3 plus 7, oder 3 und 7, und bedeutet 3 und 7 soll addirt werden. Eben so bedeutet: 3 + 7 + 5 + 2 + 9 nichts anders, als 3, 7, 5, 2, und 9, sollen zusammen addirt werden. Der Ausdruck a + b zeigt an, es soll b zu a addirt werden, und nun wird man auch diesen Ausdruck verstehen: a + b + c + d + e + f.

Das Zeichen (−) ist das Zeichen der Subtraktion. Der Gebrauch desselben ist folgender. Wenn ich anzeigen will, daß von a, b subtrahirt werden soll, so drücke ich dieses so aus a − b, und lese es a weniger b, oder a minus b. In Zahlen 11 − 7 heißt 11 weniger 7 oder 11 minus 7, welches also anzeigt, es soll 7 von 11 subtrahirt werden; soll von der allgemeinen Zahl a, b + c + d + e + f + g abgezogen werden, und soll man dieses durch Zeichen andeuten, so geschiehet dieses so: a − (b + c + e + f + g). Ein Beyspiel in Zahlen wäre 135 − (7 + 4 + 5 + 2 + 1). Nemlich die abzuziehende

Zahl,

Zahl, wenn solche aus mehrern Theilen besteht, muß sie in Klammern eingeschlossen werden.

Das Zeichen der Multiplication ist entweder ein Punkt (.) oder ein liegendes Kreuz (×), beyde sind im Gebrauch gleichgültig, und man bedient sich dessen, was einem gerade am ersten beyfällt. Z. E. 3.4 oder 3 × 4, heißt (das eine sowol als das andere), 3 soll mit 4 multiplicirt werden, und wird gelesen 3 mal 4. Eben dieses bedeuten die Ausdrücke a.b; c × g. Soll angezeigt werden: daß a + b, mit m + n multiplicirt werden soll, so geschiehet dieses wieder mit Hülfe der Klammern, als (a + b).(n + m) oder (a + b) × (n + m). Eben so bedeutet (a − b).(c + d); es soll a weniger b mit c weniger d multiplicirt werden; in der Kunstsprache heißt es a minus b mal, c minus d.

Um anzuzeigen, daß gegebene Zahlen durch andere gegebene dividirt werden sollen, bedient man sich der zwey Punkte (:) oder zieht blos einen Strich zwischen den untereinander gesetzten Dividendus und Divisor. Z. E.: Um anzuzeigen, daß 15 durch 3 dividirt werden soll, schreibt man es so: 15 : 3 oder $\frac{15}{3}$. Wenn 5 + 7 + 2 durch 6 + 1 + 9 + 3 dividirt werden soll, so deutet man es wie folget an, (5 + 7 + 2): (6 + 1 + 9 + 3) oder $\frac{5+7+2}{6+1+9+3}$. In Buchstaben sehen diese Ausdrücke eben so aus, als: a : b oder $\frac{a}{b}$; $\frac{a+b+c}{g+f+h+m}$ oder (a + b + c): (g + f + h + m). Eben so bedeutet, (a + b − c): (m − n + g) oder $\frac{a+b-c}{m-n+g}$ daß a + b − c durch m − n + g dividirt werden soll.

Anmerk. Aus dem Vorhergehenden sieht man: daß so bald eine Zahl aus mehrern durch (+) und (−) abgesonderten Theilen bestehet, und mit solchen Zahlen irgend eine arithmetische Operation gemacht oder vielmehr nur angezeigt werden soll, so schließt man

sie

sie in Klammern, Haken, oder welches einerley ist, in eine Parenthese ein. Soll zum Beyspiel a – b mit p multiplicirt werden, so wird dieses so angedeutet p. (a–b). Statt der Parenthese bedient man sich auch wohl eines darüber gezogenen Strichs, also statt

p. (a–b), schreibt man p. $\overline{a-b}$; und statt (c – m) : (r – g) schreibt man $\overline{c-m} : \overline{r-g}$. Aber es ist besser, um aller Zweydeutigkeit vorzubeugen, sich lieber der Parenthese statt des Strichs zu bedienen.

Um Zahlen oder Größen überhaupt mit einander bequem vergleichen zu können, das heißt zu untersuchen, ob zwey Größen gleich oder ungleich sind, dienen folgende zwey Zeichen. (=) ist das Zeichen der Gleichheit und (< oder >) ist das Zeichen der Ungleichheit. Ihr Gebrauch ist folgender. Wenn die Größe a der Größe b gleich ist, so deutet man dieses durch folgende Bezeichnung an a = b und liest dieses a gleich b oder a equal b; ist aber die Größe a größer als die Größe b, so bezeichnet man dieses so, a > b, und liest dieses a ist größer als b. Man setzt nemlich das Zeichen der Ungleichheit zwischen beyde zu vergleichende Größen, und zwar in einer solchen Lage, daß die Oeffnung allemal gegen die größere Größe, und also die Spitze des Zeichens gegen die kleinere Größe stehet. Folgende Ausdrücke werden nun ganz verständlich seyn, $3 + 7 = 10$; $8 + 9 - 7 = 10$; $19 - 9 = 12 - 2$; $7 + 9 - 10 < 9 + 8 - 3$; $17.a = 5.a + 4a + 8.a$; $19.a - 3.a < 27.a - 7$; $5.g + 8g < 3.g + 2.g$.

§. 5.

Wenn $a + b = c$, das heißt die Summe von a und b gleich c ist, so ist es offenbar einerley, ob ich

schrei-

schreibe a + b = c, oder b + a = c, denn die Summe von a und b ist gewiß weder größer noch kleiner, als die Summe von b und a, weil nemlich die Summe zweyer Größen nichts anders enthält, als die Menge der in beyden Größen befindlichen Einheiten.

Wer aber dieses zugiebt, ist gezwungen auch das folgende einzuräumen. Ich behaupte nemlich: daß wenn ich mehrere Größen addiren soll, so kömmt es auf die Ordnung, in der die Größen zusammen addirt werden, gar nicht an.

Gesetzt ich soll a, b und c addiren, so bezeichne ich die Summe durch a + b + c, da aber b + c = c + b ist, so ist auch a + b + c = a + c + b, aus eben den Gründen ist die Summe auch gleich c + a + b oder c + b + a. Man siehet sogleich, daß was ich hier für drey Größen dargethan habe, sich leicht auf mehrere Größen, die addirt werden sollen, anwenden lasse, und daher ist meine Behauptung ganz allgemein richtig. — Durch bestimmte Zahlen kann man sich dieses noch mehr versinnlichen.

§. 6.

Bisher haben wir die Zahlen oder allgemein die Größen nur als absolut betrachtet, daß heißt, wir haben keine andere Beschaffenheiten als die Menge ihrer Einheiten in Betrachtung gezogen. Es ist gewiß, daß 1000 Thlr. Vermögen und 1000 Thlr. Schulden, zwar der Menge der Einheiten nach gleich sind, aber nehmen wir auch Rücksicht darauf, daß die erste Summe Vermögen, die zweyte Schulden waren, so betrachten wir sie in Umständen, worinn die eine der andern entgegengesetzt ist. Wer eine Treppe hinauf steigt, thut doch gewiß grade das Entgegengesetzte von dem, was derjenige thut, der sie hinunter steigt. Geld einnehmen und solches ausgeben, sind offenbar zwey entgegengesetzte Handlungen. Nun ist

aber

aber bekannt, daß wer die Vermögensumstände eines Mannes schätzen wollte, sowol das baare Vermögen, als auch die etwanigen Schulden desselben wissen müßte. Aus beiden zieht er das Resultat, der Mann hat so und so viel Vermögen oder Schulden, je nachdem mehr Vermögen oder Schulden vorhanden sind. Hat der Mann 10000 Thlr. baares Vermögen und 3000 Thlr. Schulden, so sagt man, er hat 7000 Thlr. in Vermögen. Hätte er aber nur 3000 Thlr. Vermögen und 10000 Thlr. Schulden, so hieße es, er hätte 7000 Thlr. Schulden.

§. 7.

Aus dem 6 §. erhellet, daß wir Größen von einer Art unter solchen Bedingungen betrachten können, daß eine die andere vermindert. Denn Schulden vermindern das Vermögen, Ausgabe verringert die Einnahme, u. s. w. Auch denke ich nicht, daß jemand im Ernste sagen wird, Schulden und Vermögen, oder Ausgabe und Einnahme wären nicht Größen von Einer Art — dann würde ich fragen: ob ein Thaler den ich in Vermögen habe und den ich schuldig bin, oder ein Thaler den ich einnehme und den ich ausgebe, verschieden wären, und worinn?

§. 8.

Wenn Größen von Einer Art unter solchen Bedingungen betrachtet werden, daß eine die andere vermindert, so nennt man sie **Entgegengesetzte**. Das Entgegengesetzte der Größen liegt offenbar blos in der entgegengesetzten Beziehung der Größen, nicht in den Größen selbst. Um diese entgegengesetzte Beziehung zweyer Größen auszudrücken, nennt man eine von deisen Größen, welche man will **positiv** oder **bejahend**, die andere, das ist die entgegengesetzte, **negativ** oder **verneinend**.

Zusatz. Es hängt gänzlich von mir ab, welche von beyden ich bejahend nennen will. Ausgabe ist eine verneinende Einnahme, und Einnahme kann als eine verneinende Ausgabe angesehen werden.

§. 9.

Positive und negative, das heißt entgegengesetzte Größen zu bezeichnen, ist wol nichts passenderes und bequemeres, als die Additions- und Subtractions-Zeichen §. 4. Der positiven Größe giebt man das Zeichen + und der negativen das Zeichen (–). 800 Thlr. Einnahme und 500 Thlr. Ausgabe kann man also, nachdem festgesetzt worden, daß die Einnahme als positiv angenommen werden soll, ausdrücken, durch + 800 Thaler und – 500 Thaler Einnahme. Wer die Ausgabe als positiv annimmt, wird sich durch Zeichen so ausdrücken – 800 Thlr. und + 500 Thlr. Ausgabe. Freylich ist nach der zweyten Voraussetzung die Bezeichnung grade der ersten entgegengesetzt; allein weiß man ein für allemal, welche Größen jemand als positiv ansieht, so sind die Ausdrücke in Zeichen gewiß nicht schwer und auch ganz bestimmt.

Da es höchst wichtig ist, die deutlichsten Begriffe von den entgegengesetzten Größen zu haben, so sollen die folgenden Paragraphen einige gebräuchliche Redensarten erklären.

§. 10.

+ 17000 Thlr. im Vermögen haben, sagt eben so viel als 17000 Thlr. wirklich besitzen, + 17000 Thlr. Schulden haben, bedeutet nichts anders, als daß man wirklich 17000 Thlr. schuldig ist. Einleuchtend ist es, daß das beystehende Prädicat Vermögen, Schulden, keine Aenderung des eigentlichen Sinns jener Redensart bewirkt, denn mit + 17000 Thrl. Ausgabe oder Einnah-

nahme hat es offenbar dieselbe Bewandniß, und so in jedem andern Fall. Daraus ziehen wir folgenden wichtigen Schluß: daß das Zeichen + welches vor einer Größe stehet, nie den wahren Sinn ändert, daß man sich also eben das würde darunter gedacht haben, wenn auch dieses Zeichen gar nicht davor stünde, und mithin in den Fällen, wo durch Weglassung dieses Zeichens keine Zweydeutigkeit entstehet, solches der Kürze wegen ganz und gar wegbleiben kann.

§. 11.

— 17000 Thlr. in Vermögen haben, oder = 17000 Thlr. besitzen, kann zweyerley bedeuten, je nachdem Vermögen oder Schulden als positiv angesehen wird.

1) Wird das Vermögen positiv genannt, so sind die Schulden negatives Vermögen, und daher kann jener Ausdruck in diesem Fall nichts anders bedeuten, als wirklich 17000 Thlr. Schulden haben.

2) Wird aber das Vermögen negativ genannt, so hat jener Ausdruck keinen andern Sinn als: wirklich 17000 Thlr. Vermögen besitzen.

Hieraus, und aus dem vorigen Paragraphen machen wir wieder eine wichtige Bemerkung, daß nemlich bey dem Gebrauch das Zeichen + keine solche Zweydeutigkeiten, wie das negative Zeichen verursacht. Uebrigens gilt auch hier, daß das Prädicat Vermögen, nichts in dem eigentlichen Sinn des Ausdrucks ändert.

§. 12.

Um daher solchen Zweydeutigkeiten, die bey dem Gebrauch des negativen Zeichen vorfallen könnten, auszuweichen, so muß man vorher genau bestimmen, welche

Beschaffenheit bey einer Größe positiv, welche negativ genannt werden soll.

§. 13.

Aus dem 10 §. erhellet, daß + 4 eben so viel bedeutet als 4 ohne das Zeichen +, oder allgemein + a = a und eben so + 1 = 1, das heißt, jede positiv ausgedrückte Zahl ist eine Menge von positiven oder absoluten Einheiten, und unterscheidet sich daher von einer absoluten Zahl in Nichts. Hingegen — 4 ist = — 1. 4, oder allgemein — a = — 1. a, das heißt, eine negativ ausgedrückte Zahl ist eine Menge von negativen Einheiten.

§. 14.

Wer Größen mit einander vergleichen soll, muß sie alle mit einerley Maaß ausmessen; oder dieses Maaß als Einheit angenommen, so heißt vorstehender Satz: Um Größen mit einander vergleichen zu können, muß man sie unter eine Einheit bringen. Uebrigens ist die Einheit willkührlich. Es ist einerley, ob ich sage: in diesem Beutel sind 2 Thlr. in jenem 5 Thlr. oder ob ich sage, in diesem sind 48 Gr. und in jenem 120 Gr. das Verhältniß ist immer 2 zu 5.

§. 15.

Also um entgegengesetzte Größen mit einander vergleichen zu können, ist es nothwendig sie unter eine Einheit zu bringen. Wir haben zu wählen, und da nehmen wir doch gewiß die Einheit, die uns von Jugend auf schon bekannt ist, daher werden wir die positive wählen, die mit der absoluten Einheit einerley ist. Und diese haben auch alle Mathematiker, um Zweydeutigkeit zu vermeiden, allgemein angenommen. Die negative Einheit ist so wie jede negative Größe, eigentlich eine Einheit oder Größe, die nur negativ ausgedrückt worden, also kann man sagen, eine negative Größe ist eine positive Größe, nur negativ ausgedrückt. §. 8.

Ent-

Entgegengesetzte Größen sind also, jede für sich betrachtet, Größen von verschiedener Art, oder solche die verschiedene Nahmen haben, können wenigstens als solche angesehen werden. Sie stehen aber allemal unter einem gemeinschaftlichen Hauptbegriff, und können in so fern als Größen von einerley Art betrachtet werden. §. 7.

Steigen und fallen sind beydes Bewegungen: Schulden und wirkliches Vermögen, gehören beyde zu demjenigen, was man den Vermögenszustand eines Menschen nennt.

§. 16.

Da man die Einheit positiv angenommen hat, so sind alle positive Zahlen Mengen dieser Einheit oder Mengen von Theilen dieser Einheit, und die negativen Zahlen sind Mengen des Entgegengesetzten dieser Einheit. §. 15. Hätte man die Einheit negativ angenommen, so würden die positiven Zahlen Mengen ihres Entgegengesetzten, und da solches entweder bei positiven oder negativen geschehen muß, so bestätiget dieses abermals, daß es ganz willkührlich ist, bey welchen man es annehmen will.

§. 17.

In diesem § will ich noch etwas weniges von der Zeichensprache erklären.

Erstens: + (— 4) ist gleich — 4. Dieses erhellet daraus, daß das Zeichen + den wahren Sinn nicht ändert, §. 10. also muß nach Weglassung der Parenthesen — 4 bleiben.

Zweytens: — (— 4) ist gleich + 4. Denn dieser Ausdruck will nichts anders sagen, als man soll das Entgegengesetzte von — 4, das ist + 4 nehmen.

Drit-

Drittens: $-(+4)$ ist gleich -4. Denn $-(+4)$ bedeutet nichts anders, als von $+4$ das Entgegengesetzte nehmen, das ist -4. Oder allgemein $+(-a)=-a$, und $+(+a)$ ist offenbar $=+a$; $-(-a)=+a$; $-(+a)=-a$, oder $+(+ab)=+a.b$; $+(-ab)=a\ b$; $-(+a.b)=-a.b$; $-(-a.b)=+a\ b$. Dieses ist auch von folgenden zusammengesetzten Ausdrücken wahr $+(a+b-c)=a+b-c$; $-(+n+m-g-f)=-n-m+g+f$.

Aus allen diesen ziehen wir folgende wichtige Regel: **Wenn das positive Zeichen vor mehrern in Parentheses eingeschlossen Größen stehet, und man läßt die Parenthese weg, so bleiben die Größen mit ihren Zeichen unverändert; da hingegen, wenn das negative Zeichen davor steht, so verwandeln sich alle Zeichen in den entgegengesetzten.**

§. 18.

Diese Eigenschaft des negativen Zeichens ist für uns sehr wichtig, so wie es überhaupt für den Algebraisten wichtig ist, einen in Zeichen vorgegebenen Ausdruck gleich anders ohne Aenderung des Werthes auszudrücken: denn hierin bestehen oftmals seine feinsten Kunstgriffe, und auf diesen leichten Verwandlungen der verschiedenen Bezeichnungen gründe ich einen ganz neuen Beweis für die Veränderungsarten entgegengesetzter Größen.

§. 19.

Noch will ich einige Kunstwörter, deren man sich in der Buchstabenrechnung bedient, erklären.

Die algebraischen Größen sind entweder **incomplexe** oder **complexe**; daß heißt **nicht zusammengesetzte, (einzelne)** oder **zusammengesetzte**. Incomplexe Größe sind

sind solche, die nicht aus Theilen bestehen, welche durch + und — zusammen verbunden sind, als: + a; — a.b; + $\frac{a}{b}$; — c u. s. w.

Complexe Größen sind solche, die aus mehrern mit dem Zeichen + und — verbundenen incomplexen Größen bestehen, als: 3. a. b + c — d. b + 6 f — $\frac{a}{b}$ u. s. w. Jede der einzelnen Größen aus deren Zusammensetzung die complexe Größe entstanden ist, heißt ein **Glied**, **Satz** oder **Theil** der complexen Größe. Die vorstehende complexe Größe hat 5 Glieder.

Da eine incomplexe Größe nur aus einem Gliede besteht, so heißt sie auch **eintheilig** (Monomium).

Eine complexe oder mehrtheilige Größe, die zwey Glieder hat, heißt **Zweytheilig** (Binomium); die drey Glieder hat, heißt **Dreytheilig** (Trinomium), die vier Glieder hat, heißt **viertheilig** (Quadrinomium) und s. w. Hat eine complexe Größe mehr als zwey Glieder, so nennt man sie überhaupt **vieltheilig** (Polynomium), und man würde sie **unendlichtheilig** (Infinitinomium) nennen können, wenn sie aus einer unendlichen Menge von Gliedern bestünde. In einer complexen Größe nennt man diejenigen Glieder gleichartig, die aus denselben Buchstaben bestehen, und die gleichvielmal mit einander multiplicirt sind, ohne Rücksicht der Verschiedenheit der Zeichen und der bestimmten Factoren die vor ihnen stehen.

Z. B. in 5abc + df — 6abc — 3bbm — 9df + 7bbm sind 5abc und — 6abc, wie auch — 3bbm und + 7bbm und auch + df und — 9df gleichartige Glieder. In der obenstehenden complexen Größe, sind gar keine gleichartigen Glieder befindlich.

Größen Einer Art, heißen **Homogen**, so wie Größen verschiedener Art, **Heterogen** genannt werden.

§. 20.

Addition entgegengesetzter Größen.

+	7. a	−	6. b	+	8. c	−	3. d	−	19. f,
+	9. a	−	10. b	+	12. c	−	8. d	−	3. f,
+	13. a	−	9. b	+	13. c	−	1. d	−	5. f − g,
+	12. a	−	1 b	+	1. c	−	2. d	−	7 g + h − m. p.
+	41. a	−	26. b	+	34. c	−	14 d	−	27 f − 8. g + h − m. p.

Um vorstehende Größen zu addiren, darf man nur die gleichartigen Glieder so wie sie hier unter einander stehen, zusammen zählen, und der Summe das Zeichen der addirten Glieder geben. Denn offenbar ist + 7. a und + 9. a = + 16. a hiezu + 13. a giebt + 29. a und hiezu + 12. a, giebt + 41. a. mit den negativen Gliedern kann man offenbar eben so verfahren, nur daß hier die Summe auch negativ ist.

1. Anmerk. Die bestimmten Zahlen, womit Buchstaben oder allgemeine Zeichen der Größen überhaupt multiplicirt sind, nennt man Coefficienten. So ist bey 17. a der bestimmte Factor 17 der Coefficient von 17. a.

2. Anmerk. Einzelne Größen als + a, − b u. s. w. wobey kein bestimmter Factor stehet, können angesehen werden, als wäre ihr Coefficient 1. denn + a ist gleich, 1. + a und − b = 1. − b = − 1. b.

§. 21.

Vorhin haben wir gleichartige Größen addirt, darinn die gerade untereinander stehenden Glieder einerley Zeichen hatten, und wie wir gesehen haben, so hat eine solche Addition nicht die geringste Schwierigkeit; jetzt wollen wir Fälle betrachten, wo zwar gleichartige Größen addirt werden sollen, aber nur solche, die verschiedene Zeichen haben. Z. B. Zu + 7 soll − 4 addirt wer-

werden. Um hier das richtige Resultat anzugeben, müssen wir überlegen, daß entgegengesetzte Größen addiren, nicht in dem Sinn des gewöhnlichen Addirens genommen werden kann: denn hier bedeutet Addiren so viel als das Resultat angeben, welches die Vereinigung entgegengesetzter Größen giebt. — Der Deutlichkeit wegen könnte man dieses Resultat, welches durch die Vereinigung entgegengesetzter Größen gefunden wird, ihre algebraische Summe nennen. Nun ist aus dem Begriffe, den wir im §. 8. von den entgegengesetzten Größen gegeben haben, klar, daß sobald sie zusammen vereinigt werden sollen, sie sich entweder nur zum Theil oder ganz und gar vernichten (aufheben), also + 7 und — 4 geben zusammen vereinigt + 3, weil hier die kleinere — 4 von der größern + 7, so viel Einheiten vernichtet, als sie selbst hat. Hätte man — 7 und + 4 vereinigen sollen, so hätte man — 3 zum Resultat erhalten: denn die kleinere vernichtet wie vorhin 4 Einheiten in der größern, und es bleiben daher nur — 3 übrig. Will man sich dieses mehr versinnlichen, so setze man + 7, soll 7 Thlr. Vermögen bedeuten, daher bedeutet — 4, 4 Thlr. Schulden, also 7 Thlr. Vermögen und 4 Schulden zusammen vereinigt geben 3 Thlr. Vermögen, oder + 7 und — 4 geben zusammen + 3. 7 Thlr. Schulden und 4 Thlr. Vermögen, geben zusammengenommen 3 Thlr. Schulden, oder $-7+4=-3$, in beyden Fällen bemerken wir, daß hier die sogenannte Summe eigentlich der Ueberschuß der größern über der kleinern ist, und also gefunden werden kann, wenn ich die kleinere von der größern abziehe und dem Reste das Zeichen der größen gebe.

Anmerk. Ohne unser Erinnern wird man vielleicht schon aus dem vorhergehenden eingesehen haben, daß algebraische Summen nicht immer einerley mit dem sind, was man arithmetische Summen nennen könnte.

§. 22.

Leichte einfache Beispiele zur Uebung.

No. 1. | + 5. a — 7. b — 19. n — 9. p.
— 3. a + 10 b + 19. n + p — 10. q.

+ 2. a + 3. b o — 8 p — 10. q.

No. 2. + 3. a + 7. b — 3. c + 4. d — f — g
+ 9 a — 2. b + 7. c + 6. d + f + g
— 2. a + 9. b — 8. c — 2. d = = =
— 7. a — 3. b — 2. c + 3. d + 7. f + g.

+ 3 a + 11. b — 6. c + 11. d + 7. f + g.

Einige Erläuterung ist vielleicht zum bessern Verständniß noch nöthig. Im ersten Beyspiel kömmt vor: — 19. n + 19. n = o. Offenbar hat der, welcher eben so viel Schulden als Vermögen hat, gar kein Vermögen.

Im zweyten Beyspiele stehen 4 Reihen untereinander. Um nun hier die untereinander stehenden Glieder zu addiren, so muß man erst alle positive und alsdann alle negative Glieder nach §. 20. zusammen zählen. Nun hat man nur noch 2 Reihen zu vereinigen, und dieses geschiehet wie im ersten Beyspiele. Oder man addirt jede zwey nächst übereinander stehende Glieder, wie gelehrt worden, mit ihren Zeichen zusammen, zu dieser Summe nimmt man das nächstfolgende, zu dieser Summe wieder das nächstfolgende u. s. w.

Es braucht wohl kaum erinnert zu werden, daß wenn man die complexen Größen, die addirt werden sollen, untereinander schreibt, man keine andere als gleichartige Glieder gerade untereinander schreiben müsse. Eben dieses gilt auch für die Subtraktion.

§. 23.

Subtraktion entgegengesetzter Größen.

+ 19. a + 10. b — 6. c — 9. d + e — f
+ 12. a + 9. b — 5. c — 7. d + e — f

+ 7. a + 1. b — 1. c — 2. d + o + o.

In

In dem vorstehenden Exempel, ist die untere complexe Größe von der obern abgezogen, und dieses geschiehet, wenn man ohne Rücksicht auf die Zeichen zu nehmen, die untern Glieder von den obern nach der gewöhnlichen Art subtrahirt, und dem Reste das Zeichen giebt, welches die von einander subtrahirten Glieder haben.

§. 24.

Von einer kleinern Größe eine größere algebraisch zu subtrahiren.

Erster Fall, von + 7 soll + 9 abgezogen werden. Von + 7 kann nicht mehr abgezogen werden, als + 7. Es bleiben daher von der 9 noch + 2 übrig, die nicht abgezogen werden können. Da nun die subtrahirende Zahl die andere um so viel Einheiten vermindert, als sie selbst hat, so kann man sie auch als eine Zahl ansehen, die der von der sie subtrahirt werden soll, entgegen gesetzt ist. Hier in diesem Fall kann man — 9 statt + 9 nehmen, und solche zu der andern gegebenen addiren. Denn da nun die zu subtrahirende Zahl, als eine negative Größe angesehen wird, so vernichtet sie bey der Addition eben so viel Einheiten als sie selbst hat, mithin — 9 addiren, oder + 9 subtrahiren, ist gleichgültig. In beyden Fällen muß einerley Resultat kommen, aber + 7 und — 9 geben zusammen — 2, demnach muß auch + 9 von + 7 subtrahirt — 2 geben. Wer 7 Thlr. in Vermögen hat und 9 Thlr. ausgiebt, macht offenbar 2 Thlr. Schulden.

Zweyter Fall. Vom — 7 soll — 9 algebraisch subtrahirt werden, dieses ist eben wieder so viel als — 7 und + 9 addirt, und dieses giebt + 2. Denn eine Größe subtrahiren oder die entgegengesetzte addiren, muß nach den Begriffen der gewöhnlichen Subtraction und dem Begriffe der Addition entgegengesetzter Größen, einerley geben.

§. 25.

§. 25.

Daher wird auch + 3 von — 4 subtrahirt, eben so viel heißen, als — 4 und — 3 addirt, muß also zum Resultat — 7 geben.

Auch — 3 von + 4 subtrahirt, ist einerley mit + 4 und + 3 addirt, kömmt also + 7.

Alle mögliche Fälle die hierbey vorkommen, sind also:

+ 7	— 7	+ 8	— 8	— 6	+ 5
+ 4	— 4	+ 19	— 19	+ 5	— 7
+ 3;	— 3;	— 11;	+ 11;	— 11;	+ 12.

§. 26.

Wir haben daher um entgegengesetzte Größen von einander zu subtrahiren, folgende leichte Regel: **Man ändre alle Zeichen der zu subtrahirenden Größe und addire.**

Nach dieser Regel ist folgendes Exempel behandelt, daß hier für Anfänger zur Uebung stehet.

+ 12. a — 13. b — 8. c + 19. d + e — 5. f + 3. g — m.
+ 12. a — 13. b — 7. c + 4. d + 7. e — 9. f — 5. g + 7. m.

o o — 1. c + 15. d — 6. e + 4. f + 8. g — 8. m.

Wenn man nemlich in der zu subtrahirenden Größe die Zeichen verwandelt und addirt, so stehet dasselbe Exempel wie folget:

+ 12. a — 13. b — 8. c + 19. d + e — 5. f + 3. g — m.
— 12. a + 13. b + 7. c — 4. d — 7. e + 9 f + 5. g — 7. m.

o o — c + 15. d — 6. e + 4. f + 8. g — 8. m.

von + 9. a — 5. b
subtrahirt — 5. a + 2. b — c + g.

+ 14. a — 7. b + c — g.

In

In dem letztern Exempel ist nach dem vorhergehenden $-+5.a+2.b$ richtig subtrahirt, allein nun soll auch noch $-c+g$ subtrahirt werden; da nun keine gleichartigen Glieder da sind, von denen $-c+g$ subtrahirt werden kann, so bleibt hier nichts weiter zu thun, als solche blos der Regel gemäß mit veränderten Zeichen in den Rest hin zu schreiben.

Anmerk. Die Probe der Subtraction ist wie gewöhnlich.

§. 27.

Multiplication entgegengesetzter Größen.

$+3+4$ giebt offenbar $+12$, denn unter $+3$ oder $+4$, denkt man sich ja nichts anders, als man sich unter der simpeln 3 oder 4 gedenkt.

-4 mit $+3$ multipliciren, oder $-4.+3$, heißt offenbar nichts anders, als -4 dreymal nehmen, und dieses ist -12.

$+4$ mit -3 multipliciren, wäre eben so viel als -3 mit $+4$ zu multipliciren, oder auch $+4$ soll dreymal negativ genommen werden, also ist $+4.\times-3.=-12$.

-4 mit -3 multipliciren, heißt von -4 das Entgegengesetzte dreymal nehmen, also $-4.-3=+12$.

Mehr als diese Fälle in Ansehung der Zeichen lassen sich nicht denken, und aus diesen ist zu ersehen, daß:

1) Eine positive Größe mit einer positiven, so wie auch eine negative mit einer negativen, ein positives Produkt giebt.

2) Aber eine positive Größe mit einer negativen, oder eine negative mit einer positiven, ein negatives Produkt giebt.

Diese beyden Regeln drückt man gewöhnlich so aus:

Einerley Zeichen geben *plus* und verschiedene geben *minus*.

Einfache Exempel zur Uebung.

$+a.+b = +a.b$; $--a.--b = +a.b$;
$--a.+b = --a.b$; $+a.--b = --a.b$.

Anmerk. Nur bey bestimmten Zahlen ist es immer nöthig, ein Zeichen der Multiplication dazwischen zu setzen, wenn man anzeigen will, daß sie mit einander multiplicirt werden sollen, so schreibt man 3. 5 oder 3×5. Wird hier das Zeichen nicht dazwischen gesetzt, so bedeutet es ganz was anders, wie hier 35. Allein Buchstaben erhalten von der Stelle die sie einnehmen, keinen Werth, und man kann daher, um anzuzeigen, daß sie mit einander multiplicirt sind, solche blos neben einander hinschreiben, also statt $+a.b$ schreibt man $+ab$, und $13.f\,g = 13.f.g$, auch schreibt man lieber $7.a$ als $a\,7$. $+5.a \times +7\,b = +5.7.a.b = +35.ab$; $-13.c \times +2.m = -13.2.m.c = -26.mc$; 3mal 4 ist offenbar = 4mal 3 oder allgemein $a.b = b.a$ und also $--abc = --acb = --cba = --bca$ u. s. w. Auch $--abcde = --adbec$ u. s. w. oder in Worten: auf die Ordnung der Factoren in der sie multiplicirt werden, kömmt nichts an.

§. 28.

Complexe Größen mit einander zu multipliciren.

Fange von der Rechten oder linken an, (letzteres ist gebräuchlicher) und multiplicire nach und nach jedes Glied des Multiplicandus mit einem Gliede des Multiplicators, schreibe die gefundene Partial oder Theil Produkte so untereinander, daß alle gleichartige Größen untereinander zu stehen kommen, und endlich addire sie zusammen.

Exempel, die diese Regel erläutern.

No. 2.
$$\begin{array}{r} a - b \\ + c \\ \hline ac - bc \end{array}$$

No. 3.
$$\begin{array}{r} a + b \\ a + b \\ \hline aa + ab \\ + ab + bb \\ \hline aa + 2ab + bb \end{array}$$

No. 1.
$$\begin{array}{r} a + b \\ + c \\ \hline ac + bc \end{array}$$

No. 4. $a + b$
$a - b$
$aa + ab$
$- ab - bb$
$aa - bb.$

No. 5. $a - b$
$a - b$
$aa - ab$
$- ab + bb$
$aa - 2ab + bb.$

No. 6. $6a - 7b - 8c$
$2a - 3b + 4c$
$12aa - 14ab - 16ac$
$- 18ab + 21bb + 24bc$
$+ 24ac - 28bc - 32cc$
$12aa - 32ab + 8ac + 21bb - 4bc - 32cc.$

No. 7. $aa + 2ab + bb$
$a + b$
$aaa + 2aab + abb$
$+ aab + 2abb + bbb$
$aaa + 3aab + 3abb + bbb$

No. 8. $aa - 2ab + bb$
$a - b$
$aaa - 2aab + abb$
$- aab + 2abb - bbb.$
$aaa - 3aab + 3abb - bbb.$

Der Kürze wegen ist vor dem ersten Gliede linker Hand, das + weggelassen worden.

§. 29.

Division entgegengesetzter Grössen.

$+ 24$ durch $+ 3$ zu dividiren, leidet keinen Anstand, da dieses eben so viel ist als $\frac{24}{3}$, der Quotient ist also $+ 8$.

$+ 24$ durch $- 3$ dividirt, giebt $- 8$, denn mit einer negativen Größe in eine positive zu dividiren, heißt eine Zahl finden, die mit den Divisor multiplicirt, den Dividendus giebt, also kann der Quotient kein anderer als $- 8$ seyn.

$- 24$ durch $+ 3$ dividirt, giebt $- 8$ aus eben der Ursache.

— 24 durch — 3 dividirt, giebt + 8 aus eben der Ursache.

Auch hier haben wir also, wie bey der Multiplication die kurze Regel:

Einerley Zeichen geben +, verschiedene geben —

§. 30.

Einfache Exempel zur Uebung.

$\frac{+24.a}{+6.a} = +4$; $\frac{-9b}{+3.b} = -3$; $\frac{+27n}{-9.n} = -3$;

$\frac{-30p}{+5.} = -6p$; $\frac{-3.a}{-3a} = +1$; $\frac{+7.b}{-7.b} = -1$;

$\frac{-13.q}{+13.q} = -1$; $\frac{-15.mnp}{+3.mp} = -5.n$; $\frac{-8.r}{+r} = -8$;

$\frac{-25.abc}{-5.abc} = +5$; $\frac{+36.q}{-q} = -36$.

§. 31.

Complexe Größen mit einfachen und Complexen zu dividiren

Da die Buchstaben von der Stelle keinen Werth bekommen, so ist es in so fern gleichgültig, mit welchem Gliede des Divisors man in irgend ein beliebiges Glied des Dividendus dividiren will; allein um Irrung zu vermeiden, ist es wohl gethan, wenn man den Dividendus und Divisor nach einerley in ihnen befindlichen Buchstaben ordnet, so daß im Divisor wo möglich gleichartige Glieder in eben der Ordnung auf einander folgen, als im Dividendus — dieses vorausgesetzt, so darf man nur mit dem ersten Gliede des Divisors in das erste des Dividendus dividiren, mit dem Quotienten den ganzen Divisor multipliciren, und dieses Produkt vom Dividendus abziehen; in diesen Rest dividirt man wieder wie vorhin, und jede der folgenden Operationen ist wieder wie die erste, bis endlich alles aufgeht oder ein Rest bleibt, der kleiner als der Divisor ist.

§ 32.

Exempel zur Erläuterung vorstehender Regel:

Divisor	Dividendus	Quotient
c	cg + m. c — r. c	g + m — r
	cg	
Rest	+ mc — rc	
	+ mc	
Rest	— rc	
	— rc	
Rest	o	

Divisor	Dividendus	Quotient
a + b	aa + 2ab + bb	a + b
	aa + ab	
Rest	+ ab + bb	
	+ ab + bb	
Rest	o	

Divisor	Dividendus	Quotient
a — b	aa — 2ab + bb	a — b
	aa — ab	
Rest	— ab + bb	
	— ab + bb	
Rest	o	

Divisor	Dividendus	Quotient
aa + 2ab + bb	aaa + 3aab + 3abb + bbb	a + b
	aaa + 2aab + abb	
Rest	+ aab + 2abb + bbb	
	+ aab + 2abb + bbb	
Rest	o	

Divisor	Dividendus	Quotient
2a—3b	4ac—6bc—4ad+6bd	2c—2d
	4ac—6bc	
Rest	—4ad+6bd	
	—4ad+6bd	
Rest	0	

Divisor	Dividendus	Quotient
2xx-3ax+4aa	12xxxx--32axxx+61aaxx--52aaax+32aaaa	6xx-7ax+8aa
	12xxxx--18axxx+24aaxx	
Rest	--14axxx+37aaxx--52aaax+32aaaa	
	--14axxx+21aaxx--28aaax	
Rest	+16aaxx--24aaax+32aaaa	
	+16aaxx--24aaax+32aaaa	
Rest	0	

Divisor	Dividendus	Quotient
6x-7a-8b	12xx-32ax+8bx+21aa-4ab-32bb	2x+3a+4b
	12xx-14ax—16bx	
Rest	-18ax+24bx+21aa-4ab-32bb	
	-18ax+21aa+24ab	
Rest	+24bx-28ab-32bb	
	+24bx-28ab-32bb	
Rest	0	

Divisor	Dividendus	Quotient
3x+4a—5b	9xx—16aa+40ab—25bb	3x—4a+5b
	9xx+12ax—15bx	
Rest	—12ax+15bx—16aa+40ab—25bb	
	—12ax—16aa+20ab	
Rest	+15bx+20ab—25bb	
	+15bx+20ab—25bb	
Rest	0	

Die-

Diese Divisions-Exempel werden Anfängern keine Schwierigkeit machen, wenn sie nur Geduld genug haben, Schritt vor Schritt dem Verfasser nachzurechnen.

§. 33.

Mit dem sogenannten vier Species wären wir fertig, allein da die Rechnung mit den entgegengesetzten Größen Anfängern gewöhnlich viele Schwierigkeiten macht, so wird es für nicht überflüßig angesehen werden, wenn ich hier auf ein paar Seiten ganz kurz auf eine ganz neue Art die Richtigkeit dieser Operation darthue.

Addition.

Zu + a, + b zu addiren, zeigt man so an + a + (+ b); zu — a, + b zu addiren, wird so angezeigt — a + (+ b) zu + a, — b, und zu — a, — b zu addiren wird so angezeigt + a + (— b); — a + (— b); Es ist aber + a + (+ b) = + a + b; — a + (+ b) = — a + b = + b — a; + a + (— b) = + a — b; — a + (— b) = — a — b Siehe §. 17. No. 1. Also zwey Größen von verschiedenen Zeichen addirt, vermindern einander. §. 21. und wer solche zwey Größen zu addiren weiß, dem können mehrere keine Schwierigkeiten verursachen §. 21.

Subtraktion.

+ a	+ a	— a	- a
+ b	— b	+ b	- b
+ a — (+ b);	+ a — (— b);	— a — (+ b);	- a - (- b).

Mehr Fälle in Betracht der Zeichen giebt es nicht, die Subtraktion, die geschehen soll, habe ich unter dem Striche blos angezeigt. Nun ist aber nach dem §. 17. No. 2. und 3; a — (+ b) = a — b; + a — (— b) = a + b; — a — (+ b) = — a — b; — a — (— b) = — a + b = b — a. bestätiget also ganz allgemein, was darüber in §. 22. bis 26. gesagt worden ist.

Multiplication.

Daß $+a.+b=+ab$ ist, daran wird keiner zweifeln, aber ob $+a.-b=-ab$ sey? Dieses zu beweisen, verfahre ich so: $-b$ ist gleich $-(+b$. §. 17. No. 3. also $+a-b=+a-(+b)=-(+b)+a$, dieser letzte Ausdruck will sagen, was in Klammern eingeschlossen ist, soll mit $+a$ multiplicirt werden, multiplicirt man daher wirklich, so erhält man $-(+ab)$, dieser Ausdruck ist aber $=-ab$.

Eben so beweise ich, daß

$-a.+b=-(+a).+b=-(+ab)=-ab$, und $-a.-b=-(+a).-b=-(-ab)=+ab$ ist.

Division.

Es ist wieder kein Streit, daß $\frac{+a}{+b}=+\frac{a}{b}$ ist.

und $\frac{-a}{+b}=\frac{-1.+a}{+b}=-1.\frac{+a}{+b}=-1.+\frac{a}{b}=-\frac{a}{b}$;

und $\frac{+a}{+b}=\frac{-1.+a}{-1.-b}=\frac{-a}{+b}$ und dieses ist gleich $-\frac{a}{b}$

$\frac{-a}{-b}=\frac{-1.+a}{-1.+b}=\frac{+a}{+b}=+\frac{a}{b}$.

§. 34.

Aus denselben Gründen, sind auch folgende Ausdrücke einander gleich.

$a-(b+c-d)=a-b-c+d$;

$(6m-5n)-(7m+5d-5n)=6m-5n-7m-5d+5n=-m-5d$.

$\frac{a-b}{c-d}=\frac{-1.(a-b)}{-1.(c-d)}=\frac{-a+b}{-c+d}=\frac{a-b}{d-c}$.

Ich will hier diese Beyspiele nicht häufen, da sich in der Folge oft genug noch Gelegenheit finden wird, dem Anfänger welche zu geben:

§. 35.

§. 35.

Ich setze, wie schon gesagt, bey meinen Lesern, hinlängliche Kenntnisse der gemeinen Arithmetik voraus, daher ich hier nur sehr wenig von den Brüchen sagen werde. Es sey ganz allgemein der Zähler eines Bruchs, a, der Nenner b, so ist der Bruch selbst $\frac{a}{b}$. Wenn $a < b$ ist, so ist $\frac{a}{b}$ ein ächter oder eigentlicher Bruch, ist aber $a = b$ oder $a > b$, so ist er ein unächter oder uneigentlicher Bruch. Stellt man sich unter a oder b, oder unter beyden zugleich Brüche vor, so hat man einen gebrochenen Bruch. Sieht man den Zähler a als das Dividendum, den Nenner b als Divisor an, so stellt $\frac{a}{b}$ den Quotient dar, den a durch b dividirt giebt.

§. 36.

Einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren.

Man multiplicire den Zähler oder dividire den Nenner, mit der ganzen Zahl.

Beweis.

Erster Theil. Der Zähler eines Bruchs zeigt an, wie viel dergleichen Theile vom Ganzen, als der Nenner angiebt, genommen worden sind, wird nun der Zähler mit einer ganzen Zahl multiplicirt, so wird der Zähler offenbar um so vielmal größer, als die Zahl anzeigt, und also auch der Bruch selbst so vielmal größer.

Zweyter Theil. Der Nenner zeigt an, in wie viel gleiche Theile das Ganze getheilt ist, wird nun der Nenner dividirt, so wird er dadurch um so vielmal kleiner als di Zahl, womit er dividirt worden. Mithin wird nun dasselbe Ganze in so vielmal weniger Theile getheilt, und daher auch der Bruch um so vielmal größer.

Zum Beyspiel: $\frac{7}{8} \cdot 3 = 7\frac{3}{8} = 2\frac{5}{8}$;
und $\frac{15}{34} \cdot 2 = \frac{15}{34} : \frac{1}{2} = \frac{15}{17}$;
Allgemein: $\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a.n}{b} = \frac{a}{b:n}$;

Es ist $\frac{a}{b} \cdot n = n \cdot \frac{a}{b}$, das heißt: es kommt einerley heraus, ob ich einen Bruch mit der ganzen Zahl, oder die ganze Zahl mit dem Bruch multiplicire.

§. 37.

Einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu dividiren.

Man dividire den Zähler, oder man multiplicire den Nenner mit der ganzen Zahl.

Beweis.

Erster Theil Wenn der Zähler mit einer ganzen Zahl dividirt wird, so wird er um so vielmal kleiner als die Zahl, womit man dividirt hat, anzeigt, und eben darum auch der Bruch.

Zweyter Theil. Wird der Nenner mit einer ganzen Zahl multiplicirt, so wird er um so vielmal größer als diese Zahl anzeigt, und also wird das Ganze, welches der Nenner theilt, in so vielmal mehr Theile getheilt, daher der Bruch auch um so vielmal kleiner wird.

Zum Beyspiel: $\frac{9}{11} : 3 = \frac{9 : 3}{11} = \frac{3}{11}$;
und $\frac{7}{9} : 5 = \frac{7}{9.5} = \frac{7}{45}$;
Allgemein: $\frac{a}{b} : n = \frac{a : n}{b} = \frac{a}{b.n}$.

Anmerk. Aus §. 36 und 37 erhellet, daß der Zähler und Nenner eines Bruchs ohne seinen Werth zu ändern, beyde zugleich mit einer beliebigen Zahl multiplicirt, oder dividirt werden können.

Denn durch die Multiplication des Zählers wird der Bruch um eben so vielmal größer, als er durch Multiplication des Nenners kleiner geworden ist. Und durch

die

die Division des Nenners wird der Bruch grade wieder um so vielmal größer, als er durch die Division des Zählers kleiner geworden war.

§. 38.

$\frac{7}{8}$ ist also eben so viel als $7 . \frac{1}{8}$ oder $\frac{1}{8} . 7$, allgemein $\frac{a}{b} = a . \frac{1}{b} = \frac{1}{b} . a$. also mit einem Bruch, dessen Zähler Eins ist, multipliciren, heißt mit dem Nenner dividiren.

§. 39.

Einen Bruch mit einem Bruch zu multipliciren.

Multiplicire Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.

Beweis.

$\frac{a}{b} . \frac{c}{d} = \frac{a}{b} . c . \frac{1}{d} = \frac{ac}{b} . \frac{1}{d} = \frac{ac}{b} : d$ (§. 38.)

$= \frac{ac}{bd}$ (§. 37.)

Diese Schlüsse in Zeichen, will ich dem Anfänger zur Uebung überlassen, in Worte zu übersetzen.

Zum Beyspiel: $\frac{3}{4} . \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$.

§. 40.

Einen Bruch mit einem Bruch zu dividiren.

Kehre den Divisor um, und multiplicire.

Beweis.

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} : c . \frac{1}{d} = \frac{a}{bc} : \frac{1}{d}$ (§. 37.) $= \frac{a.d}{bc}$

$= \frac{a}{b} : \frac{d}{c}$.

Denn mit einem Bruch, dessen Zähler Eins ist, dividiren, ist eben so viel als mit dem Nenner multipliciren, weil hier der Quotient so vielmal größer werden muß, als der Divisor kleiner als Eins ist.

Beyspiele: $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3}{4} . \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$.

§. 41.

§. 41.

$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{d}{b} = \frac{a+c+d}{b}$; in Zahlen $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8} = \frac{3+5+7}{8} = \frac{15}{8}$; Eben so: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b}$; in Zahlen $\frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{5-3}{6} = \frac{2}{6}$.

Hieraus erhellet daß, um Brüche von gleichem Nenner zu addiren oder zu subtrahiren, man nur nöthig hat, die Zähler zu addiren oder zu subtrahiren, und die Summe oder Rest mit dem gemeinschaftlichen Nenner zu dividiren.

§. 42.

Brüche von verschiedenen Nenner auf einerley Benennung zu bringen, das heißt, ihnen alle ohne Aenderung ihres Werthes gleiche Nenner zu geben.

Allgemeine Regel Man multiplicire jedes Bruchs Zähler und Nenner in dem Produkte der übrigen Nenner.

Zum Beyspiel: $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$; $\frac{a}{b} = \frac{a.df}{b.df}$; $\frac{c}{d} = \frac{c.bf}{d.bf}$ $\frac{e}{f} = \frac{e.bd}{f.bd}$, eben so verfährt man, wenn mehre Brüche da sind, in Zahlen $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{11}$, da ist $\frac{3}{4} = \frac{3.3.11}{4.3.11} = \frac{99}{132}$; $\frac{2}{3} = \frac{2.4.11}{3.4.11} = \frac{88}{132}$; $\frac{7}{11} = \frac{7.4.3}{11.4.3} = \frac{84}{132}$;

Der Beweis hievon fällt von selbst in die Augen, und beruhet auf §. 37. Anmerkung.

§. 43.

Brüche von verschiedenen Nennern zu addiren oder zu subtrahiren.

Bringe sie auf einerley Benennung, und addire oder subtrahire sie wie Brüche von gleichem Nenner.

$\frac{m}{n} + \frac{p}{q} + \frac{r}{s} + \frac{a}{b} = \frac{n\,qsb}{m.qsb} + \frac{p.msb}{q.msb} + \frac{r.mqb}{s.mqb} + \frac{a.mqs}{b.mqs} = \frac{nqsb + pmsb + rmqb + amqs}{bmqs}$, in Zahlen $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{7}{11} = \frac{99+88+84}{132} = \frac{271}{132}$.

$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{cb}{bd} = \frac{ad-cb}{bd}$; in Zahlen $\frac{7}{8} - \frac{5}{9} = \frac{7\cdot 8}{8\cdot 9} - \frac{5\cdot 8}{8\cdot 9} = \frac{63-40}{72} = \frac{23}{72}$.

§. 44.

Nun werden auch folgende Ausdrücke verständlich seyn.

$a + \frac{c}{d} = \frac{ad}{d} + \frac{c}{d} = \frac{ad+c}{d}$; in Zahlen $3 + \frac{5}{9} = \frac{3\cdot 9}{9} + \frac{5}{9} = \frac{27+5}{9} = \frac{32}{9}$;

Man kann also eine ganze Zahl nebst einem Bruch zusammen in einen unächten Bruch verwandeln, wenn man die ganze Zahl in den Nenner des Bruchs multiplicirt, den Zähler hiezu addirt, und diese Summe dem Nenner des Bruchs zum Nenner giebt.

§. 45.

Gemischte Zahlen, nemlich ganze Zahlen mit daranhängenden Brüchen zu multipliciren, geschieht entweder so, daß man die gemischten Zahlen in unächte Brüche verwandelt und solche alsdann mit einander multiplicirt, oder jeden Theil nach und nach multiplicirt.

Zum Beisp. $\left(a + \frac{n}{m}\right).b = \frac{am+n}{m}.b = \frac{amb+nb}{m}$

oder auch $\left(a + \frac{n}{m}\right).b = ab + \frac{nb}{m}$;

$\left(a + \frac{n}{m}\right)\left(b + \frac{q}{r}\right) = \left(\frac{am+n}{m}\right)\left(\frac{br+q}{r}\right) = \frac{(am+n)(br+q)}{m.r}$

$= \frac{ambr + nbr + amq + qn}{mr}$. In Zahlen: $5\frac{3}{7}.3 = \frac{35+3}{7}.3 = \frac{38}{7}.3 = \frac{114}{7} = 16\frac{2}{7}$;

oder $5\frac{3}{7}.3 = 15\frac{9}{7} = 16\frac{2}{7}$:

$7\frac{4}{5}.2\frac{2}{3} = \frac{39}{5}.\frac{8}{3} = \frac{39\cdot 8}{5\cdot 3} = \frac{312}{15} = 20\frac{12}{15}$.

$$\frac{a + \frac{n}{m} \quad \frac{q}{r}}{ab + \frac{nb}{m} + \frac{a.q}{r} + \frac{n.q}{m.r}} \qquad \frac{ab + \frac{nb}{m} + \frac{a.q}{r} + \frac{nq}{m.r}}{}$$

Diese letzte Art, gemischte Zahlen mit einander zu multipliciren, kann da mit Vortheil angebracht werden, wo es sich trift, daß die Nenner der dabey befindlichen Brüche grade in den ganzen Zahlen aufgehen.

Zum Beispiel: $24\frac{5}{7} \cdot 21\frac{3}{8} = 24 \cdot 21 + \frac{5 \cdot 21}{7} + \frac{24 \cdot 3}{8} + \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 7} = 504 + 15 + 9 + \frac{15}{56} = 528\frac{15}{56}$.

§. 46.

Gemischte Zahlen mit einander zu dividiren.

Verwandle sie in unächte Brüche und dividire diese nach §. 40.

Beyspiele: $\left(a + \frac{c}{b}\right) : n = \frac{ab+c}{b} : n = \frac{ab+c}{bn}$.

$\left(r + \frac{q}{p}\right) : \left(m + \frac{c}{g}\right) = \frac{rp+q}{p} : \frac{mg+c}{g} = \frac{rp+q}{p} \cdot \frac{g}{mg+c}$

$= \frac{grp+gq}{pmg+pc}$. In Zahlen, $5\frac{3}{7} : 2 = \frac{38}{7} : 2 = \frac{38}{7} : \frac{2}{1} = \frac{19}{7}$;

$2\frac{3}{8} : 7\frac{2}{5} = \frac{19}{8} : \frac{37}{5} = \frac{19}{8} \cdot \frac{5}{37} = \frac{95}{296}$; $6\frac{3}{7} : 3 = 2\frac{1}{7}$.

§ 47.

Es giebt noch manche Verkürzung bey diesen Rechnungen, die aber nur in einer vollständigen Anweisung zur Rechenkunst ihren Platz finden. Ich werde gelegentlich immer noch mehrere anzeigen, als: z. B. Brüche unter einerley Benennung zu bringen, oder welches einerley ist,

ist, einen allen Brüchen gemeinschaftlichen Nenner zu finden, (die Rechenmeister sagen den Generalnenner suchen) ist nach der in §. 42. gegebenen Auflösung öfters äußerst weitläuftig. Man habe z. B. folgende Brüche zu addiren.

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{g}{h} + \frac{r}{bd} + \frac{n}{hc} + \frac{f}{qc}$ so sind nach den §. 42. diese Brüche $= \frac{a.\ dhbdhcqc}{bdh.\ bdhcqc} + \frac{c\ bhbdhcqc}{d.\ bhbdhcqc} + \frac{g.\ bdbdhcqc}{h.\ bdbdhcqc} + \frac{r.\ bdhhcqc}{bd.\ bbhhcqc} + \frac{n.\ bdhbdqc}{hc.\ bdhbdqc} + \frac{f.\ bdhbdhc}{qc.\ bdhbdhc}$.

Sind auch nur die Zahlen b, d, h, c, q keine andere als zweyziffrichte, so wird doch hier der Generalnenner schon ziemlich groß werden.

Da der Generalnenner eine Zahl seyn muß, worinn alle Nenner der gegebenen Brüche aufgehen, so darf man, um die Rechnung zu verkürzen, nur folgendes überlegen. In dem Generalnenner h b d b h c q c, kommen die Factoren b, d, h, c doppelt vor, ließe man sie einmal weg, so bliebe h c q b d, und in diesem Produkte gehen auch noch alle Nenner auf, daher hat h c q b d schon die erforderliche Eigenschaft eines Generalnenners, und dieser wird gefunden, wenn man die Nenner wie folget neben einander schreibt, von denjenigen, die öfters vorhanden sind, nur einen beibehält, die übrigen dividirt man mit einem gemeinschaftlichen Factor, und das Product aller dieser gemeinschaftlichen Factoren und der Quotienten ist der gesuchte kleinste Generalnenner.

b) b, d, h, bd, hc, qc.
d) 1, d, h, d, hc, qc
h) 1, 1, h, 1, hc, qc
c) 1, 1, 1, c, qc
1, 1, 1, 1, q, also bdhcq der gesuchte Generalnenner.

Dieses Verfahren wird verkürzt, wenn man sogleich die Nenner b, d, h wegstreicht, weil sie schon in den Nennern bd und hc enthalten sind, nun bleiben noch bd, hc und qc übrig, hier lasse ich wieder einmal den Factor c weg, weil

weil er 2mal vorkömmt, und so erhalte ich also bd, h und qc, die ineinander mult den kleinsten Generalnenner geben.

Ein Beispiel in Zahlen: $\frac{7}{9}$ $\frac{11}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{5}{18}$.

6) 12, 15, 18 — (Ich lasse näml. die Nenner 9 und 6 weg, weil sie in 12 und 18 enthalten sind. Mit den übrigen verfahre ich wie die Rechnung zeigt.)

3) 2, 15, 3

2, 5, 1

also der kleinste Generalnenner = 6. 3. 2. 5 = 180

Um nun mehrere Brüche bequem zu addiren, so schreibe man sie alle untereinander den Generalnenner darüber, dividire mit allen Nennern in den Generalnenner, und den Quotienten schreibe man neben jeden Bruch, nachher multiplicire man jeden Quotienten mit dem Zähler des Bruchs, so erhält man neue Zähler. Diese zusammen addirt, und mit dem Generalnenner dividirt, giebt die Summe aller Brüche.

bcdhq

$\frac{a}{b}$	cdhq	acdhq
$\frac{c}{d}$	bchq	cbchq
$\frac{g}{h}$	bcdq	gbcdq
$\frac{r}{bd}$	chq	rchq
$\frac{n}{hc}$	bdq	nbdq
$\frac{f}{qc}$	bdh	fbdh

Der Grund davon ist leicht einzusehen. Jeder der untereinander geschriebenen Brüche ist gleich einem Bruche, dessen Zähler der in der 3ten Spalte neben ihm befindlichen, und dessen Nenner der Generalnenner ist; z. B. der Bruch $\frac{g}{h} = \frac{gbcdq}{bcdhq}$ u. s. w.

Also die Summe =

$$\frac{acdhq + cbchq + gbcdq + rchq + nbdq + fbdh}{bcdhq}$$

In Zahlen:

180

$\frac{7}{9}$	20	140
$\frac{11}{12}$	15	165
$\frac{1}{6}$	30	30
$\frac{7}{15}$	12	84
$\frac{5}{18}$	10	50

72

Von $\frac{7}{8}$ | 9 | 60

Subtr. $\frac{19}{36}$ | 2 | 38

$\frac{22}{72}$

$\frac{469}{180} = 2\frac{109}{180}$.

§. 48.

Die größte Geschicklichkeit des Algebraisten bestehet zum Theil auch mit darin: zusammengesetzte Ausdrücke, in ihre Faktoren aufzulösen. Z. B.

$4x^2 - 4bx + b^2 = (2x - b)\ (2x - b)$; $3a + ab + a = 3a + ab + 1.\ a = a\ (3 + b + 1) = a\ (4 + b)$; $mn - bn + n = n\ (m - b + 1)$.

Daher $\frac{a2 - x2}{a - x} = \frac{(a+x)\ (a-x)}{a-x} = a + x$;

Noch bemerke man, daß, wenn bestimmte Zahlen mit einander multiplicirt und dividirt werden sollen, es öfters sehr vortheilhaft ist, sie nur als Factoren und Divisoren neben einander hinzuschreiben, und alsdann gegen einander aufzuheben, was sich aufheben läßt. Z. B. 3. 4. 16. 38 soll dividirt werden, mit 6. 8. 19 giebt $\frac{3}{6.8}\frac{4.16}{19}\frac{38}{} = 2. 2. 2 = 8.$

§. 49.

Um doch auch schon hier zu zeigen, wie öfters die Algebra bey Specialfällen Vortheile im Berechnen zeigt, so will ich noch folgendes mittheilen.

1) $\frac{a}{b} + \frac{a}{d} = \frac{ad + ab}{bd} = \frac{a(b+d)}{bd}$;

2) $\frac{a}{b} - \frac{a}{d} = \frac{ad - ab}{bd} = \frac{a(d-b)}{bd}$.

In Worten ausgedrückt, heißen jene Formeln also:

Um zwey Brüche von gleichem Zähler zu addiren oder zu subtrahiren, darf man nur die Summe oder Differenz der beyden Nenner mit dem Zähler eines Bruchs multipliciren.

Z. B. $\frac{36}{37} + \frac{36}{67} = \frac{(67+37)\ 36}{37.67.} = \frac{104.36}{37.67}$

$\frac{45}{49} - \frac{45}{50} = \frac{45.(50\ 49)}{49.50} = \frac{45}{49.50} = \frac{9}{49.10} = \frac{9}{490}$.

Der Analyst verschaft sich auch dadurch öfters große Vortheile, daß er statt der Zahlen selbst, lieber ih-

ihren Unterschied in Rechnung bringt. Z. B. statt $\frac{a}{f} - \frac{c}{g}$ schreibe man hier $f - a = d$ und $g - c = \delta$, so ist $f = a + d$ und $g = c + \delta$, also statt jener Brüche sind diese

$$\frac{a}{a+d} - \frac{c}{c+\delta} = \frac{ac + \delta a - ac - cd}{(a+d)(c+\delta)} = \frac{\delta a - dc}{(a+d)(c+\delta)}.$$

Dies giebt folgende Regel:

Suche die Differenz des Zählers und Nenners jedes Bruchs, das Product aus des zweyten Bruchs Zähler in die Differenz des ersten Bruchs, ziehe ab von dem Producte des ersten Bruchs Zähler in die Differenz des zweyten Bruchs. Dieser Rest ist der Zähler, der Nenner ist das Product beyder Nenner.

Beyspiele in Zahlen: $\frac{57}{74} - \frac{85}{93} = \frac{8.57 - 7.85}{74.93} = \frac{456 - 595}{74.93} = \frac{-139}{74.93}$.

Diese Regel ist wirklich in der Ausübung sehr brauchbar, und einige Uebung wird nur erfordert, um nach jener Regel geschwind zu rechnen. Diese Regel wird auch dem Gedächtnisse noch leichter einzuprägen, wenn man überlegt, daß man die Differenzen der Zähler und Nenner, ganz so gebraucht, als wenn sie die Nenner wären, und nun die Brüche auf einerley Benennung brinat, und also die eigentlichen Nenner nicht weiter gebraucht, als um den Nenner des Restes zu bestimmen.

Z. B. statt $\frac{a}{a+d} - \frac{c}{c+\delta}$ betrachte ich blos $\frac{a}{d} - \frac{c}{\delta}$ finde hieraus den Zähler $= a\delta - cd$ und setze $(a+d)(c+\delta)$ als Nenner darunter.

So siehet man, wie leicht der Analyst auf Erfindungen kömmt, die der empyrische Rechenmeister als große Geheimnisse seiner Kunst anpreyt.

§. 50.

§. 50.

Etwas weniges von Potenzen.

Ein Product aus lauter gleichen Factoren, nennt man die **Potenz** eines dieser gleichen Factoren. Die Anzahl der gleichen Factoren heißt der **Grad der Potenz**; und einen dergleichen Factoren nennt man die **Wurzel** dieser Potenz. So ist aaaaa eine Potenz vo 5ten Grade von der Wurzel, a statt aaaaa schreibt man kürzer a^5, die kleine oben hingeschriebene Ziffer, die die Zahl der gleichen Factoren angiebt, heißt der **Exponent** der Potenz. Also bedeutet a^n, daß n gleiche Factoren jeder gleich a mit einander sind multiplicirt worden; a ist die Wurzel, n der Exponent und a^n die Potenz; a^n wird gelesen a in der nten Potenz, oder die Potenz des nten Grades von der Wurzel a, auch a in der nten Dignität.

a. a = a^2 heißt die 2te Potenz von a oder a Quadrat.

aaa = a^3 heißt die 3te Potenz von a oder a Cubus.

aaaa = a^4 heißt die 4te Potenz von a oder a Biquadrat.

Nur diese drey Potenzen haben bey den neuern Analysten die hier angezeigten Namen behalten, so wird a^5 nicht anders als a in der 5ten Potenz, oder die 5te Potenz von a, gelesen; a^2 und a^3 haben ihre Namen aus der Geometrie entlehnt. Nicht mehr ist zum Verständniß dieses ersten Heftes von Potenzen zu wissen nöthig, und wende mich daher zu der wichtigen Lehre von den Decimalbrüchen.

§. 51.

Von den decimal oder zehntheiligen Brüchen.

Ein Bruch, dessen Zähler jede Zahl seyn kann, der aber zum Nenner 10, oder 100, oder 1000, oder 10000, 100000 u. s. w. kurz eine Eins mit lauter nach einander folgenden Nullen hat, heißt ein **Decimalbruch**.

Der=

Dergleichen ist z. B. $\frac{7}{10}$; $\frac{75}{100}$; $\frac{3}{1000}$ $\frac{314}{100}$; $\frac{847}{1000000}$; $\frac{72}{10000000}$; u. s. w.

Anmerk. Da $10 = 10^1$; $100 = 10^2$; $1000 = 10^3$; $10000 = 10^4$ u. s. w. so ist klar daß eine Eins mit lauter nach einander folgenden Nullen, eine Potenz von 10 bedeutet, und daher kann man auch sagen: ein Decimalbruch ist ein Bruch, dessen Zähler jede Zahl seyn kann, und dessen Nenner eine Potenz der 10 ist.

§. 52.

Es sey ganz allgemein, a und n ganze Zahlen und letztere positiv, so ist $\frac{a}{10^n}$ der allgemeinste Ausdruck eines Decimalbruchs. Erwägen wir diesen Ausdruck genau, so werden wir finden, daß die ganze Zahl a, zehnmal, hundertmal, tausendmal u. s. w. kleiner wird, je nachdem $n = 1, 2, 3$, u. s. w. gesetzt wird.

Kehren wir die Ordnung um, und lassen n statt immer um Eins zuzunehmen, immer um Eins abnehmen, so wird auf solche Art der folgende Decimalbruch, bey unveränderter Größe a, auch um 10mal größer als der nächst vorhergehende seyn.

Z. B. Es sey $a = 9$, und n werde nach und nach gleich 1, 2, 3 u. s. w. so haben wir folgende Decimalbrüche $\frac{9}{10^1}$; $\frac{9}{10^2} = \frac{9}{100}$; $\frac{9}{10^3} = \frac{9}{1000}$ u. s. w. und hier ist offenbar der folgende Decimalbruch immer zehnmal kleiner als der nächst vorhergehende.

Setzen wir aber n anfangs gleich 3, und dann gleich 2 und nachher gleich 1, so folgen die Brüche so auf einander: $\frac{9}{1000}$; $\frac{9}{100}$; $\frac{9}{10}$, offenbar ist hier der folgende immer zehnmal großer als, der nächst vorhergehende.

Ganz

Ganz allgemein liesse sich dieses so darthun:

Von denen beyden Decimalbrüchen $\frac{a}{10^n}$ ist $\frac{a}{10^{n+1}}$ ist der zweyte zehnmal kleiner als der erste. Denn 10^{n+1} ist eben so viel als eine eins mit $n+1$ Nullen, also hat der Nenner 10^{n+1} eine Null mehr als 10, und daher ist jener auch 10mal größer, als dieser Nenner, folglich auch der Quotient oder Bruch $\frac{a}{10^{n+1}}$ zehnmal kleiner als $\frac{a}{10^n}$.

Der nächst vorhergehende Bruch von $\frac{a}{10^n}$ ist $\frac{a}{10^{n-1}}$ denn der nächstvorhergehende muß im Nenner eine Null weniger haben, also zehnmal kleiner seyn, als der folgende. 10^{n-1} ist auch wirklich 10mal kleiner als 10^n, daher ist auch der Bruch $\frac{a}{10^{n-1}}$, 10mal größer als $\frac{a}{10^n}$.

Da nun für a und n jede ganze Zahl gesetzt werden kann, so ist es auch allgemein richtig, daß die Decimalbrüche ganz dasselbe Gesetz, wie die ganzen Zahlen beobachten; denn bey den ganzen Zahlen steigt man von Einer zu Zehner, von Zehner zu Hunderte, von Hunderte zu Tausende, u. s. w. oder man geht von Tausende zu Hunderte, von Hunderte zu Zehner, von Zehner zu Einer; im ersten Fall ist die folgende Einheit immer um zehnmal größer, als die nächst vorhergehende, im zweyten Fall aber ist es umgekehrt, die folgende ist hier immer 10mal kleiner, als die nächst vorhergehende, alles wie bey den Decimalbrüchen, wo auf Zehntel unmittelbar Hundertel, auf diese unmittelbar Tausendtel folgen u. s. w. Umgekehrt auf Tausendtel folgen unmittelbar Hundertel, und auf Hundertel folgen unmittelbar Zehntel.

§. 53.

Da jede Einheit von der linken zur Rechten immer in der folgenden Stelle um 10mal kleiner wird, als die nächst vorhergehende, so müssen auf Einer unmittelbar Zehntel folgen, deutet man also etwa durch ein Comma an, wo die ganzen Zahlen aufhören, und nunmehr die Zehntel, Hundertel u. s. w. ihren Anfang nehmen, so wird man Decimalbrüche wie ganze Zahlen schreiben können, und also die Nenner als das Karakteristische der Brüche bey ihnen entbehren.

§. 54.

Nach dem vorhergehenden Paragraphen, werden also Decimalbrüche wie folgende geschrieben.

Statt $17\frac{3}{10}$ schreibt man 17, 3,

statt $3\frac{56}{100} = 3 + \frac{50}{100} + \frac{6}{100} = 3 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$ schreibt man 3, 56;

statt $\frac{8795371}{10000} = \frac{8795371}{10000} = 876 + \frac{5000}{10000} + \frac{300}{10000} + \frac{70}{10000} + \frac{1}{10000} = 889 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{7}{1000} + \frac{1}{10000}$, schreibt man 879, 5371.

statt $78\frac{7}{1000} = 78 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100} + \frac{7}{1000}$, schreibt man 78,007 also $30\frac{3}{100} = 30,03$; $5\frac{301}{100000} = 500301$;

statt $\frac{7}{10} = 0 + \frac{7}{10} = 0,7$. Man bezeichnet nemlich, wenn gar keine Einer, Zehner u. s. w. vorhanden sind, die Stellen der Eins mit Null.

Es ist daher:

$\frac{37}{1000} = 0 + \frac{0}{10} + \frac{70}{1000} + \frac{3}{1000} = 0 + \frac{0}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{1000} = 0,073$, und so in jedem Fall.

Wir können daher Brüche lesen, wie folget; 301, $3601 = \frac{3013601}{10000} = 301 + \frac{3}{10} + \frac{6}{100} + \frac{1}{1000} = 301\frac{3601}{10000}$;

und

und $3,\ 790000 = 3 + \frac{7}{10} + \frac{9}{100} + \frac{0}{1000}$ u. s. w $= 3,\ 79$ daher Nullen, die rechter Hand nach der letzten geltenden Ziffer des Decimalbruchs folgen, den wahren Werth des Bruchs nicht ändern; also kann man, wenn es sonst nützlich seyn sollte, statt 7, 7,0000, schreiben, denn das heißt 7 Ganze, keine Zehntel, kein Hundertel u. s. w. $74,03 = 74,0300 = 74,030000$ u. s. w.

§. 55.

In den vorhergehenden Paragraphen sind folgende Behauptungen gegründet.

Jede Zahl wird zehnmal, hundertmal, tausendmal u. s. w. kleiner je nachdem das Comma um eine, zwey oder drey Stellen u. s. f weiter nach der Linken hinaufgerückt wird.

Umgekehrt wird jede Decimalzahl um 10, 100, 1000, und so weiter größer, je nachdem das Comma um eine, zwey, drey u. s. f. Decimalstellen, nach der Rechten zu, fortrückt.

Beyspiele.

731,9 ist 10mal kleiner als 7319; 73,19 ist wieder 10mal kleiner als 731,9; 7,319 ist wieder 10mal kleiner als 73,19 und 0,7319 wieder 10mal kleiner als 7,319; 0,07319 wieder 10mal kleiner als 0,7319 u. s. f.

0,03501 ist 10mal kleiner als 0,3501, diese 10 mal kleiner als 3,501, diese 10mal kleiner als 35,01, diese 10mal kleiner als 350,1, diese 10mal kleiner als 3501, diese 10mal kleiner als 35010 u. s. f.

§. 56.

Zu dieser bequemen Art Decimalbrüche zu schreiben, gesellt sich noch der, daß auch alle Veränderun-

gen, die mit diesen Brüchen gemacht werden, ganz nach denselben Regeln, wie bey ganzen Zahlen geschehen: wie aus den folgenden Paragraphen mit mehrern zu ersehen ist.

§. 57.
Decimalbrüche zu addiren.

Schreibe sie so untereinander, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. w. ferner Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel u. s. w. zu stehen kommen;

Addire alsdann wie bey ganzen Zahlen. In der Summe wird das Comma dahin geschrieben, wo die ganzen Zahlen ihren Anfang nehmen.

Beyspiele.

I. Es sollen addirt werden: 0,7318; 57; 957,32; 50,2

Die Rechnung ist:
0,7318
57,
957,32
50,2

und giebt die Summe 1065,2518

II. Man soll addiren: 132,7; 0,0701; 58,3279; 0,008

Die Rechnung ist:
132,7
0,0701
58,3279
0,008

Summa 191,1060 = 191,106.

Beweis.

Das Gesetz, welches die Natur der Decimalbrüche ausdrückt, ist völlig einerley mit dem von ganzen Zahlen, denn 10 Einheiten einer Classe zur Rechten, machen immer

mer eine Einheit der nächst folgenden zur linken aus, daher auch die Decimalbrüche wie ganze Zahlen addirt werden, nur daß man in der Summe das Comma gehörig hinschreibt, um den Anfang der Einer anzugeben.

§. 58.
Decimalbrüche zu subtrahiren.

Schreibe sie, wie bey der Addition, gehörig untereinander, subtrahire alsdann, wie bei ganzen Zahlen, und setze in dem Reste das Comma an die gehörigen Stellen.

Beyspiele:

742,18	5°7°3,48	5°3°,072
31,04	94,25	8,32
711,14;	479,23;	44,752;
9°,003	0,57°3°4°	8°,0°3°
5,8	0,25748	2,574
3,203;	0,31592;	5,456;
7°,	38,532°	8°
0,454	30,	0,9999
6,646;	8,532;	7,00001.

Der Grund von diesem Verfahren ist ganz derselbe, wie bey der Addition.

§. 59.
Decimalbrüche mit einander zu multipliciren.

Multiplicire die Decimalbrüche vollkommen wie ganze Zahlen, dem Product gebe man so viel Decimalstellen, als die zu multiplicirenden Zahlen zusammen haben.

Anmerk. Sollten im Producte nicht Ziffern genug vorhanden seyn, als nöthig sind, um so viel Decimalstellen

len abschneiden zu können, als die Factores zusammen haben; so füge man linker Hand noch so viel Nullen bey, als dazu erforderlich seyn werden.

Beyspiele.

43,87	438,7	43,87	0,4387
6	0,6	0,6	0,6
263,22;	2632,2;	26,322;	0,26322;

438700	438700	48,723	0,00075
0,06	0,006	6,47	8,4
26322,00;	2632,200;	341061	300
		194892	600
		292338	0,006300
		315,23781	

Der Grund ist dieser. Je kleiner die Factoren sind, desto kleiner muß auch das Product werden. Ist der eine Factor 10, 100 u. s. w. mal kleiner als eine ganze Zahl, so ist auch das Product 10, 100 u. s. w. mal kleiner; ist nun der andere Factor auch 10, 100 u. s. w. mal kleiner, so wird das Product wiederum auch 10, 100 u. s. w. mal kleiner, als es schon vorher war.

§. 60.

Decimalbrüche mit einander zu dividiren.

Ehe man dividirt, so sehe man erst nach, ob im Dividendus eben so viel Decimalbruchstellen, oder mehrere als im Divisor vorhanden.

Sind im Dividendus weniger vorhanden, so schreibe man an ihn rechter Hand so viel Nullen, als nöthig sind, um in beyden zu dividirenden Zahlen gleichviel Decimalbruchstellen zu haben.

Ist

Nun sehe man den Divisor und Dividendus als ganze Zahlen an, und bemerke, ob der Dividendus grösser ist als der Divisor.

Ist dieses nicht, so schreibe man an Dividendus rechter Hand noch so viel Nullen, bis er größer ist als der Divisor.

Ist nun alles dieses geschehen:
so dividire man wie bey ganzen Zahlen, und schneide im Quotient so viel Decimalbruchstellen ab, als der Ueberschuß der Decimalbruchstellen des Dividendus, über den des Divisors beträgt.

Anmerk. Sollte ein Rest geblieben seyn, so kann man, wenn man den Quotient sonst noch genauer in Decimaltheile braucht, ihm noch Nullen anhängen, und weiter dividiren, dadurch wird man den Quotient in noch kleinere Theile ausgedrückt und genauer erhalten.

Beyspiele mögen diese Regeln erläutern.

I. Man soll 17, 25, durch 2, 3 dividiren.

Betrachte ich den Dividendus und Divisor als ganze Zahlen, so ist der Dividendus größer als der Divisor: daher wird wie gewöhnlich dividirt.

Divisor	Dividendus	Quotient
2,3)	17,25	7,5
	161	
	115	
	115	
	0	

Der Quotient ist 75, da nun im Dividendus eine Decimalbruchstelle mehr als im Divisor ist, so wird von der Rechten gegen die Linke, im Quotient nur eine Ziffer abgeschnitten: also ist hier der Quotient 7,5.

II. 35) 3,972 | 0,113
35
47
35
122
105
Rest 17

Es bleibt hier ein Rest 17 hängt man hier noch Nullen an und dividirt weiter, so steht das Exempel so:

35) 3,972 | 0,1134857
35
47
35
122
105
Rest 170
120
300
280
200
175
250
245
5 u. s. w.

Man setzt hier die Division nur so lange fort, bis man den Quotient so genau hat, als die Schärfe der Rechnung solches erfodert.

Anmerk. Da 35 = 5. 7 so hätte die Division kürzer so geschehen können:

5) 3,9720
7) 0,7945000
0,1134857

Man dividirt nemlich erst mit 5 indem man sagt: 5 Ganze in 3 Ganze habe ich 0 mal, bleibt 3 Rest; nun

5 Ganze in 39 Zehntheile habe ich 7 Zehntelmal u. s. w. an dem letzten Rest 2 hänge ich eine Null, so ist der Quotient 0,7944, diesen dividire ich mehrmals mit, wie die Rechnung zeigt.

III. Man soll mit 5,72 in 0,3 dividiren.

Da im Divisor eine Decimalbruchstelle mehr als im Dividendus, so hänge man an Dividendus noch eine Null, und man erhält statt 0,3; nun 0,30.

Nun Divisor und Dividendus als ganze Zahlen betrachtet, so ist der Dividendus kleiner als der Divisor, daher an Dividendus noch zwey Nullen angehangen werden müssen, alsdann haben wir statt 0,30; nun 0,3000.

Die Division wird nun so aussehen:

(5,72)	0,3000	0,052
	2860	
	Rest 1400	
	1144	
	256.	

Der Grund dieses Verfahrens ist dieser: je kleiner der Divisor, je größer muß der Quotient seyn, ist jener 10, 100, u. s. w. mal kleiner geworden, als er vorher war, so ist auch der Quotient 10, 100 u. s. w. mal grösser, als er vorher war geworden. Ferner um so vielmal der Dividendus kleiner worden ist, als er vorher war, um so vielmal ist auch der Quotient kleiner geworden. So viel Decimalbruchstellen also im Divisor abgeschnitten sind, so viel Nullen werden an Quotient gehangen, so viel Decimalbruchstellen aber im Dividendus abgeschnitten sind, eben so viel werden auch nun im Quotient wieder abgeschnitten. Jene Vergrößerung und diese Verminderung heben also einander auf, und da man, ohne den Werth des Dividendus zu ändern, durch

An-

anhängen der Nullen, ihm immer mehr Decimalbruchstellen geben kann, als der Divisor hat, so ist der Ueberschuß der Decimalbruchstellen des Dividendus über dem des Divisors, die Zahl der Stellen, die im Quotienten abgeschnitten werden müssen.

§. 61.

Alle diese Veränderungen werden durch folgende Schlüsse leicht und kurz dargethan:

$0,7 + 3,38 + 0,00 = \frac{7}{10} + 3 + \frac{3}{10} + \frac{8}{100} + \frac{1}{1000} = \frac{700}{1000} + \frac{3000}{1000} + \frac{300}{1000} + \frac{80}{1000} + \frac{1}{1000} = \frac{700+3000+300+80+1}{1000} = \frac{4081}{1000} = 4,081.$

Eben so:

$5,07 - 3,859 = 5 + \frac{7}{100} - (3 + \frac{8}{10} + \frac{5}{100} + \frac{9}{1000}) = \frac{5000}{1000} + \frac{70}{1000} - (\frac{3000}{1000} + \frac{800}{1000} + \frac{500}{1000} + \frac{9}{1000}) = \frac{5070}{1000} - \frac{3859}{1000} = \frac{5070-3859}{1000} = 1,211.$

Eben so:

$0,358 \times 7,03 = \frac{358}{1000} \times \frac{703}{100} = \frac{358 \times 703}{100000} = \frac{251674}{1000000} = 0,251674$ $0,0003 \times 0,02 = \frac{3}{10000} \times \frac{2}{100} = \frac{6}{1000000} = 0,000006.$

Endlich eben so:

$\frac{7,50}{2,84} = \frac{750}{100} : \frac{284}{100} = \frac{750}{100} \cdot \frac{100}{284} = \frac{750}{284} = 2\frac{182}{284}$ aber $182 = 182,000000$ also: $2\frac{182}{284} = 2\frac{182,00}{284} = 2\frac{18200}{284}$:

$100 = 2 + \frac{64\frac{24}{284}}{100} = 2 + \frac{64}{100} + \frac{24}{28400} = 2,64\frac{24}{28400}$

$\frac{7,50}{2,84}$; und so wird man jedesmal den Quotienten richtig und leicht bestimmen können.

§. 62.

Einen gemeinen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln.

Man drücke den Zähler des gegebenen Bruchs nach §. 54. als einen Decimalbruch aus, und dividire mit dem Nenner nach §. 60.

Bey-

Beyspiele:

$\frac{1}{2} = \frac{1,0}{2} = 0,5$; $\frac{3}{4} = \frac{3,00}{4} = 0,75$; $\frac{5}{8} = \frac{5,000}{8} = 0,625$; $\frac{1}{3} = \frac{1,000000}{3} = 0,333333\frac{1}{3000000}$; $\frac{2}{3} = \frac{2000}{3} = 0,6666\frac{2}{30000}$ $\frac{3}{7} = \frac{3,000000}{7} = 0,428571$ . . ; $\frac{1}{24} = 0,041666$ . . . ; $\frac{1}{288} = 0,00347222$ . . . ; $\frac{17}{3} = 5,666$ . . . . . .

Durch die Potenzen-Rechnung läßt sich dieses alles noch kürzer und allgemeiner darthun, bis dahin wir auch die abgekürzte Multiplication und Division verspa-ren wollen.

§. 63.

Vorläufiger kurzer Begriff von dem, was man Verhältniß und Proportion nennt.

Wenn wir zwey gleichartige Größen miteinander vergleichen, so können wir bestimmen, um wie vielmal die eine größer als die andere, oder was für ein gleicher Theil die eine von der andern ist. Und diese Art von Vergleichung verstehen wir unter der Redensart **das geometrische Verhältniß zweyer Größen zu finden.** Man spricht sehr oft von Dingen, die einerley oder gleiche Verhältnisse mit einander haben. Hat man also zwey gleiche Verhältnisse, so hat man eine sogenannte Pro-portion. Das Verhältniß zweyer Größen drückt man so aus a:b ; 5:15, und liest es a verhält sich zu b, ist nun das Verhältniß c;d mit dem zu a:b einerley, so hat man eine Proportion, die so geschrieben wird: a:b = c:d; 5:15 = 3:9, und liest a verhält sich zu b wie c zu d oder kürzer: a zu b wie c zu d. Wenn a:b gleich dem Verhältniß c:d seyn soll, so muß offenbar nach dem gebebenen Begriff von Verhältniß $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ seyn, oder auch $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; $\frac{15}{3} = \frac{9}{3} = 3$; oder $\frac{5}{15} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

§. 64.

In der Proportion $a : b = c : d$, nennt man a und d die beyden äussern b, und c die beyden mittlern Glieder, und da nach dem §. 63. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ also auch $\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{db}$, folglich $ad = bc$ das heißt: das Produkt der beyden äussern Glieder ist gleich dem Produkten der beyden mittlern. $5 : 15 = 3 : 9$ also $3 . 15 = 5 . 9$ — Von Proportionen im nächsten Theile mehr.

§. 65.

Etwas weniges von den Gleichungen.

Wer da sagt, daß ein Ducaten so viel beträgt als 3 Thaler oder als 72 gute Groschen, der drückt einerley Größe, nemlich hier den Thaler auf zweyerley Art aus, mithin schließt man, daß

3 Thaler = 72 Groschen.

Einen solchen Ausdruck nennt man eine Gleichung, alle gleichgesetzte Ausdrücke sind also Gleichungen.

Z. B. 1) $3x + 4 - 8a = c + d - 9x$

2) $5x^2 + 3x - 5 = B - r + x$

3) $x^3 - 5x^2 = 6 - 2b$

4) $ax^n - 5b = 3ax - 6d$

5) $3x + 4y = 5a + b$

6) $9y + 7z - xy = A$

7) $ax^n + by^r = cx^m - dy^p + e - f.$

Alle diese Ausdrücke sind Gleichungen, denn das zur linken stehet, soll dem zur Rechten gleich seyn. Sieht man die letzten Buchstaben des Alphabets wie x, y, z, als Bezeichnung der unbekannnten Werthe in den obigen Gleichungen an, so sagt man, weil in No. 1. x allein und nur in der ersten Potenz vorkömmt,

dies

dies sey eine Gleichung vom ersten Grade, mit einer unbekannten Größe oder eine einfache Gleichung. – No. 6. ist eine solche Gleichung mit zwey unbekannten Größen. Findet sich in einer Gleichung die unbekannte Größe in einer höhern Potenz, als die erste, so erhält sie überhaupt ihren Namen von der Potenz der unbekannten Größe. No. 2 und 3, sind Gleichungen von 2ten und 3ten, so wie No. 5. vom nten Grade, alle mit einer unbekannten Größe. No. 7 ist eine Gleichung mit 3 unbekannten Größen. No. 8. ist eine Gleichung mit 2 unbekannten Größen vom höhern Grade.

§. 66.

Um eine Aufgabe aufzulösen, muß man die in ihr enthaltenen Bedingungen durch Buchstaben oder Zahlen, und vermittelst der algebraischer Zeichen auszudrücken suchen. Was man alsdann solchergestalt erhält, heißt die **Fundamentalgleichung**. Giebt man dieser Gleichung eine solche Gestalt, daß die in ihr enthaltene unbekannte Größe auf der einen, und auf der andern Seite lauter bekannte Größen stehen, so sagt man: daß man diese Gleichung **aufgelößt** habe, und hierin bestehet das Geschäft der **Algebra**.

§. 67.

Gleichungen vom ersten Grade mit einer unbekannten Größe, oder wie man sie auch nennt, **einfache Gleichungen** aufzulösen, ist äusserst leicht, wofern man nur folgenden Grund gehörig anwendet.

Grundsatz. Gleiches zu Gleichem **addirt**, von Gleichem **subtrahirt**, mit Gleichem **multiplicirt**, und in oder durch Gleiches **dividirt**, giebt gleiche **Summen**, gleiche **Differenzen**, gleiche **Produkte** und gleiche **Quotienten**.

Beyspiele.

I. Es sey $x + 7 = 19$

heißt doch offenbar nichts anders, als die Zahl 19 bestehe aus zwey Theilen, davon der eine 7 und der andre x ist, will ich nun den unbekannten Theil x finden, so ist es ja einleuchtend, daß ich den bekannten Theil 7 von 19 (als die Summe des bekannten und unbekannten Theils) wegnehmen muß, und daß der Rest gleich dem unbekannten Theile, d. h. gleich x ist.

Oder $x = 19 - 7$

d. h. $x = 12$

II. Es sey $x + b = a$

man setze in dem vorhergehenden Raisonnement, b statt 7 und a statt 19, so folgt

$$x = a - b.$$

Bedenken wir, daß b mit x durch die Addition verbunden ist, so werden wir gewahr, daß um x von b zu befreyen, d. h. um x auf einer Seite allein zu haben, wir diese Befreyung durch die Subtraction, also durch eine Operation bewerkstelligen, die der, mit welcher die bekannte und unbekannte Größe verbunden, grade entgegengesetzt ist.

III. Es sey $x - 13 = 7$.

Diese Gleichung sagt: ich soll eine Zahl x finden, die 13 um 7 übertrift. Demnach muß die gesuchte Zahl x aus den beyden Theilen 13 und 7 bestehen, d. h.:

$$x = 7 + 13$$

oder $x = 20$.

IV.

IV. Es sey $x - b = a$.

Setzt man in III. a statt 7 und b statt 13, so giebt das obige Raisonnement

$$x = a + b$$

Dieses Resultat können wir auch so bekommen, erwägen wir nemlich die Gleichung

$$x - b = a$$

genau, so können wir nicht verfehlen zu bemerken, daß, um auf der linken Seite x zu haben, uns noch b fehlt, wenn wir also auf beyden Seiten b zusetzen, so erhalten wir auf der linken Seite x und auf der rechten $a + b$, oder $x = a + b$. Nun war b mit x durch die Subtraktion verbunden, und die Trennung von x geschahe durch die Addition, also auch hier wieder durch eine entgegengesetzte Operation.

Die Beyspiele von I. bis IV. zeigen überdem deutlich, daß die bekannten Größen durch folgende Regel ohne die Gleichheit aufzuheben, von der unbekannten getrennt werden können:

Man versetze die bekannten Größen nach der andern Seite der Gleichung, und gebe ihnen hier das entgegengesetzte Zeichen von dem was sie vorher hatten. Z. B. in II. hatte b linker Hand das Zeichen (+) und nach der Versetzung hat b das Zeichen (—) In III. hatte b linker Hand das Zeichen (—) und nach der Versetzung hat b das Zeichen (+).

Diese Regel ist allgemein und läßt sich auf bekannte und unbekannte Größen, die in der Gleichung vorkommen, anwenden.

V. Es sey $b = a - x$.

Man versetze x nach der andern Seite, wie es die eben gegebene Regel ansagt, so hat man

$$x + b = a$$

folgl. $x = a - b$. (Nach II.)

VI. Es sey $c - b + d = e - f - x$,

so ist nach der gegeben Regel

$$x = e - f - c + b - d.$$

VII. Es sey $11.x = 132$,

d. h.: 132 ist das 11fache einer unbekannten Zahl. Oder 132 ist ein Product von zwey Factoren, davon der bekannte 11 und der unbekannte durch x bezeichnet ist. Es muß daher nach arithmetischen Gründen der unbekannte Factor gefunden werden, wenn ich das Product 132 durch den bekannten Factor 11 dividire, d. h. es ist

$$x = \frac{132}{11}$$

oder $x = 12$.

VIII. Es sey $b.x = a$.

Man setze in dem Raisonnement (VII.) und überall, anstatt 132 und b statt 11, so bekommt man

$$x = \frac{a}{b}.$$

Nun war b mit x durch die Multiplication verbunden, und die Trennung geschahe durch die Division, also auch hier wieder durch die entgegengesetzte Operation.

IX. Es sey $\frac{x}{9} = 7$,

d. h. der 9te Theil von der unbekannten Zahl ist 7: oder 9 ist in x, 7mal enthalten. Es stellt also hier x

der

der Dividendus, 9 der Divisor und 7 der Quotient vor, also muß auch schon nach arithmetischen Gründen

$$x = 9 \cdot 7$$

oder $x = 63$ seyn.

X. Es sey $\frac{x}{b} = a$

Der Dividendus x ist allemal gleich dem Producte aus dem Divisor b in dem Quotienten a,

$$\text{folgl. } x = a \cdot b$$

Hier war b mit x durch die Division verbunden und die Trennung geschahe wieder durch die entgegengesetzte Operation, nemlich durch die Multiplication.

XI. Es sey $b = \frac{a}{x}$

Da hier x mit a durch die Division verbunden ist, und überdem x der Divisor, so bringt man diesen Divisor durch die Multiplication weg, und so erscheint er auf der andern Seite der Gleichung als Factor, nemlich:

$$bx = a$$

$$\text{folgl. } x = \frac{a}{b} \quad \text{(Nach VIII.)}$$

XII. Es sey

$$\frac{a}{b}x - c + d = g - h$$

$+c$ auf beiden Seiten addirt.

giebt $\frac{a}{b}x + d = g + c - h$

$+d$ auf beiden Seiten subtrah.

giebt $\frac{a}{b}x = g + c - h - d$

mit b auf beid. Seiten multipl.

giebt $ax = (g + c - h - d)b$

mit a auf beiden Seiten divid.

$$\text{folgl. } x = \frac{(g + c - h - d)\,b}{a}$$

Kürzer behandelt man dieses Beyspiel nach der in der IV. gegebenen Regel.

$\frac{a}{b}x - c + d = g - h$ giebt nach dieser Regel sogleich

$\frac{a}{b}x = g - h + c - d$

mit dem Factor $\frac{a}{b}$ nach der bey den Brüchen gegebenen Regel divid.

folgl. $x = \frac{b(g-h+c-d)}{a}$

Ich will nochmals bemerken, daß alles was durch Addition, Subtraktion, Multiplication und Division mit der unbekannten Größe verbunden ist, grade durch den entgegengesetzten Species, von der einen nach der andern Seite geschafft wird, statt + c zu addiren, hätte man auch können — c subtrahiren. Die folgenden Aufgaben sollen mehrere Anweisung geben, so wie ich auch in dem folgenden Theile, die Theorie der Gleichungen weiter entwickeln werde. Von der Abkürzung welche die Versetzung gewährt, habe ich nicht immer Gebrauch gemacht, weil ich es für rathsam halte, daß der Anfänger anfänglich bey jedem Schritt den er thut, sich immer der Gründe bewußt ist.

1ste Aufgabe. Für 67 Thlr. kaufe ich einen Centner Metall, und erhalte 8 Thlr zurück. Wie hoch kommt mir der Centner zu stehen?

Diese Aufgabe, so leicht sie auch ist, und man gar nicht die Kunstgriffe der Algebra zu ihrer Auflösung nöthig hat, ja selbst zu den geringsten und leichtesten Aufgaben der gemeinen Arithmetik gehört, so wird sie hier gleichwohl dienen, sich in der algebraischen Construktion zu üben, und Anfänger werden sich in der Folge überzeugen, daß sich der leichteste so wohl, als auch der schwerste Vorwurf der Aritmethik, algebraisch behandeln läßt. — Und wie manche elende Stümper der Buchstabenrechnung haben ihre Schriften durch unzweckmäßige Anwendung der Algebra, oder vielmehr der bloßen Buchstaben, ein sehr gelehrtes Ansehen gegeben. — Doch zur Sache.

Da es uns unbekannt ist, was der Centner gegolten hat, so wollen wir seinen Preiß mit x Thlr bezeichnen, also muß

$$x + 8 \text{ Thlr.} = 67 \text{ Thlr.}$$
$$8 \quad \text{subtrah.}$$

Folglich $x =$ 59 Thlr.

also hat der Centner 59 Thlr. gegolten.

Wer hätte dies auch nicht ohne algebraische Schlüsse herausgebracht? Doch man besinne sich, warum ich diese Aufgabe gab, und dies gilt von mehrern der folgenden Aufgaben.

2te Aufg. Von 100 Pfund Coffee verkaufe ich etliche Pfunde, und behalte grade so viel als ich verkauft habe. Wie viel Pfunde sind dieses gewesen?

Auflösung. Angenommen ich hätte x Pfund verkauft, so müssen $(100 - x)$ Pfund übrig geblieben seyn, und diese müssen der Aufgabe gemäß, grade so viel betragen, als ich verkauft habe. Es muß daher seyn

$$x = 100 - x \quad +x \text{ addirt.}$$

$$\text{giebt } 2x = 100 \quad \text{mit 2 dividirt.}$$

$$\text{folgl. } x = 50 \text{ Pfund.}$$

Wer hätte auch hier nicht sogleich eingesehen, daß da eben so viel übrig bleiben soll, als abgezogen ist, 100 das Doppelte der gesuchten Zahl seyn muß.

3te Aufg. Zwey Freunde wollten gern noch spät in einem Wirthshause aufgenommen werden, deswegen erbot sich der Eine, dreyfaches, und der Andere fünffaches Schlafgeld zu geben. Der Wirth empfing nun 24 Gr. von beiden. Wie viel war also das festgesetzte Schlafgeld?

Arith. Aufl. Beyde bezahlten das drey- und fünffache, also zusammen das 8fache Schlafgeld, da nun dieses 8fache 24 Gr. betragen hat, so muß das Einfache 3 Gr. seyn.

Hätte man das unbenannte Schlafgeld mit x bezeichnet, so hätte man

$$8x = 24$$

$$\text{folgl. } x = 3 \text{ gehabt.}$$

Wer sieht hier nicht sogleich, daß hier die Algebra nur in Zeichen darstellt, was die Arithmetik mit Worten ausdrückt?

4te Aufg. Zwey Personen wollten auf einem Markte ein schönes Pferd kaufen. Wie sie nun um den Preis eins waren, fand sichs, daß der Eine mit seinem Gelde nur den 7ten Theil, der Andere gar nur den 9ten Theil bezahlen konnte; und doch hatten beyde 32 Thlr. bey sich. Wie theuer war also das Pferd?

Arith Aufl. Man schliesse $\frac{1}{7}+\frac{1}{9}=\frac{16}{63}$ von den Preis des Pferdes muß 32 ausmachen, daher der 16te Theil davon, oder $\frac{1}{63}$ des Preißes 2 Thlr. beträgt, folglich hat das Pferd selbst 126 Thlr. gekostet.

Hätte man den Preis des Pferdes mit x Thlr. bezeichnet, so müste $\frac{16}{63}x = 32$ mit $\frac{16}{63}$ dividirt

folgl. $x=\frac{32.63}{16}=126$ seyn;

Auch hier ist algebraische Auflösung von der arithmetischen nur durch den Gebrauch der Zeichen verschieden.

5te Aufg. Eine Einnahme bestand in etlichen Thalern und wiederum in 6 Thaler, und die Ausgabe in 4 Thaler, hätte ich noch 4 Thaler, so würde meine Einnahme 16 Thaler betragen. Wie viel waren der etlichen Thaler?

Die etlichen Thaler Einnahme sey x, so wird, wenn man die Angaben der Aufgabe Schritt vor Schritt folgt, folgende algebraische Construction gemacht werden können.

$$x + 6 - 4 + 4 = 16 \text{ Thlr.}$$
$$\text{oder } x + 6 = 16 \quad 6 \text{ subtrah.}$$

folgl. $x = 10$ Thlr. gleich der etlich. Thlr.

6te Aufg. Von einer Waare hatte man einen Theil weggegeben, und 10 Centner weniger übrig behalten, als weggegeben worden; weil nun der Waare 37 Centner gewesen, so ist die Frage, wie viel weggegeben worden?

Man

Man setze, es betrage die weggegebene Waare x Cnt.
so ist laut der Aufgabe übrig geblieben $x - 10$ Cnt.
add. ——————
die weggebliebene und übrig gebliebene
Waare, macht $2x - 10$ Cnt.

Daher ist $2x - 10 = 37$ Cnt. + 10 addirt.
bleibt $2x = 47$ Cnt. mit 2 divid.
folgl. $x = 23\frac{1}{2}$ Cnt. gleich der weggegebenen Waare.

7te Aufg. Von zwey Personen A und B hat A noch einmal so viel als B gewonnen. Ueberdies weiß man, daß A. 16 Thlr. mehr gewonnen hat, als B. Wie viel hat jeder gewonnen.

In dieser Aufgabe kommen zwey unbekannte Größen vor, nemlich der Gewinnst jeder der zwey Personen. Sie enthält aber auch, um dieselbe zu bestimmen, zwey bekannt gemachte Angaben: nemlich den Unterschied der beyderseitigen Gewinnste, und, wie vielmal der größere Gewinn, den kleinern enthält. Jede dieser Bestimmungen für sich, läßt die Aufgabe unentschieden: so, daß es so viel Größen giebt, als man will, welche jeder derselben einzeln genommen, Gnüge thun. Es giebt aber nur zwey Größen, die beyden Bedingungen zugleich entsprechen.

Diejenigen Bestimmungen, welche die unbekannten Größen betreffen, machen den sogenannten Fragestand (Status quaestionis) aus. Hierauf folgt die eigentlich sogenannte Frage, wodurch man die Größen zu wissen verlangt, welche dem vorgelegten Fragestand, d. h. die in der Aufgabe enthaltenen Bedingungen Gnüge leisten: beyde Theile zusammen machen den Vortrag der Aufgabe aus.

Die Aufgabe ist bestimmt, wenn die Anzahl der von einander unabhängigen Angaben oder Bedingungen

gen der Anzahl der unbekannten Größen gleich; sie ist unbestimmt, wenn die Anzahl der von einander unabhängigen Bedingungen kleiner ist, als die Zaol der unbekannten Größen. Die Folge wird diesen Unterschied erklären.

Arithmetische Auflösung der vorstehenden Aufgabe. Weil A noch einmal so viel gewonnen hat, als B; so ist der Ueberschuß des erstern Gewinnstes über den Gewinn des 2ten, dem Gewinn des 2ten gleich. Es beträgt aber dieser Ueberschuß 16 Thlr. Folglich ist des 2ten Gewinn, oder der Gewinn von B 16 Thlr.; und der Gewinn von A, welcher das Doppelte davon ist, macht 32 Thlr. aus. Die zwey Zahlen 32 und 16 haben auch wirklich die beyden angegebenen Eigenschaften: denn $32 = 2.16$ und $32 - 16 = 16$.

Algebr. Aufl. Man kann den kleinern Gewinnst durch irgend ein willkührliches Zeichen andeuten. Die Mathematiker sind übereingekommen, die unbekannten Größen durch einen der letzten Buchstaben des Alphabets zu bezeichnen, z. B. durch x.

Man bezeichne also den Gewinnst von B durch x (Thaler). Der Gewinnst von A, welcher den Gewinnst von B um 16 Thlr. übersteigt, wird durch $x + 16$ bezeichnet. Weil nun aber auch der Gewinnst von A das Doppelte des Gewinnstes von B ist: so wird auch der Gewinnst von A durch $2x$ ausgedrückt.

Der Gewinnst von A ist demnach auf zweyerley Art ausgedrückt; nemlich durch $2x$, und durch $x + 16$. Diese zwey, einerley Größe bezeichnende Ausdrücke müssen ihrer Größe nach gleichbedeutend seyn; es ist demnach

$$2x = x + 16.$$

Sind zwey Größen gleich, und nimmt man von jeder einerley Größ weg, so sind die Ueberreste gleich. Folglich da $2x = x + 16$; so werden, wenn man auf beyden

den Seiten die Größe x hinweganimmt, die Ueberreste x und 16 gleich seyn: also $x = 16$. Nun bezeichnet x den Gewinnst von B, dieser ist also 16 Thlr., der Gewinnst von A, welcher das Doppelte davon, oder um 16 Thlr. größer ist, macht in beyden Fällen 32 Thlr.

8te Aufg. A hat siebenmal so viel als B gewonnen. Ueberdies weiß man, daß A 30 Thlr. mehr hat als B. Wie viel hat jeder gewonnen?

Arithm Aufl. Weil A siebenmal so viel gewonnen hat als B; so ist der Ueberschuß des Gewinnstes von A über den Gewinnst von B das 6fache des Gewinnstes von B. Dieser Ueberschuß aber ist 30 Thlr., folglich beträgt der 6fache Gewinnst von B 30 Thlr. und der einfache Gewinnst von B, welcher der 6te Theil des sechsfachen ist, macht den 6ten Theil von 30 Thlr., d. i. 5 Thlr. aus.

Der Gewinnst von A muß also nach beyden Bedingungen 7. 5 = 30 + 5 = 35 Thlr. seyn.

Algebr. Aufl. Vermögen von B = x

" " A = $7x$ oder $x + 30$

folgl. $7x = x + 30$.

Auf beyden Seiten die nemliche Größe x abgezogen; bleibt $6x = 30$.

Sind nun zwey Größen einander gleich, so sind auch ihre Sechstel gleich. — Es ist also, wenn man auf beyden Seiten mit 6 dividirt $x = 5$.

Demnach der Gewinnst von B = 5 Thlr.

" " " A = 35 Thlr.

Diese Zahlen thun den zwey Bedingungen, welche den Fragestand ausmachen, Genüge.

Ueberdenkt man das algebraische Verfahren, das zur Auflösung der bisherigen Aufgaben geführt hat, so wird man fünf verschiedene Theile dabey wahrnehmen.

In dem ersten hat man den unbekannten Größen Namen gegeben. Diese Namen waren zum Theil willkührlich, wie der Ausdruck für den Gewinnst von B. Aber die Bezeichnung der zweyten gesuchten Größe wurde aus diesem ersten willkührlichen Ausdrucke, und aus den in dem Fragestande bekannt gemachten Angaben hergeleitet. Hierbey ist der Anfang mit der Benennung des geringeren Gewinnstes gemacht worden. So wurde der größere Gewinnst durch eine Addition oder Multiplication bestimmt. Hätte man dagegen den größern Gewinn zuerst benannt, und etwa durch y bezeichnet, so würde der kleinere in der Aufgabe durch (y — 16) und durch $\frac{y}{2}$, und in der Aufgabe durch y — 30 und durch $\frac{y}{7}$ ausgedrückt, also durch Subtraction oder Division, mithin durch Behandlungsarten bestimmt worden seyn, die jenen erstern gebrauchten entgegengesetzt und die Beziehungsweise schwerer sind, als die vorhin angewendete Addition und Multiplication. Diese Aufmerksamkeit, den Anfang der Benennung mit den kleinern Größen zu machen, nach welcher die andern durch Addition oder Multiplication bestimmt werden, kürzt oft die folgende Operationen ab, und vereinfacht zugleich die Ausdrücke der unbekannten Größen: daher man sich dieser Bemerkung, besonders bey verwickelten Aufgaben zu erinnern hat.

Dieser Theil der Untersuchung kann die Benennung heißen; weil er darinn besteht, den unbekannten Größen Namen zu geben.

In dem zweyten Theile hat man die Einerleyheit oder Gleichheit zweyer Ausdrücke einer und derselben Größe angezeigt. Diese Anzeige heißt eine Gleichung. Sie ist also ein doppelter Ausdruck für einerley Größe. Die zwey Ausdrücke, welche durch das Zeichen der Gleichheit von einander getrennt sind, können die Hälften (membra) der Gleichung heißen. Sind diese Hälften aus

meh-

mehrern Theilen zusammengesetzt, so heißt jeder derselben ein Glied (terminus), diesen zweyten Theil werden wir die Bedingung nennen; weil er immer einige der in dem Fragestande angegebenen Bedingungen ausdrückt.

In dem dritten Theil hat man die Gleichung vereinfacht, so daß das Zeichen der unbekannten Größe von jeder andern damit verbundenen Größe befreyt würde. Die allgemeine Regel hierbey ist, daß man diese Verbindungen durch Anwendung der entgegengesetzten Rechnungsarten aufhebt.

So hat man in der Gleichung $7x = x + 30$, wo x auf beyden Seiten des Gleichheitszeichen vorkam, durch Abziehen von x auf beyden Seiten bewirkt, daß x nur auf einer Seite vorhanden war: hierdurch erhielt man nemlich die Gleichung $6x - 30$.

In dieser verknüpfte die Multiplication das Zeichen der unbekannten Größe mit 6, wovon man es durch beyderseitige Division mit 6 befreyete, und so die Gleichung $x = 5$ erhielt. Dieser dritte Theil soll die Reduction genannt werden: welche darinn bestehet, daß man zu Vereinfachung der Gleichung diejenigen Rechnungsarten vornimmt, wodurch die unbekannte Größe allein, als bekannten Größen gleich, dargestellt wird.

Alsdann ist man zu dem vierten Theil gelangt, welcher die Auflösung heißt. Dieser enthält die Antwort auf die vorgelegte Frage; oder die Ausdrücke der vorhin unbekannten Größen in bekannten.

Endlich untersucht man in dem fünften und letzten Theil, ob die in bekannten Größen durch die Auflösung angegebenen Ausdrücke der gesuchten Größen dem Fragestande wirklich entsprechen, oder ob die Aufgabe richtig aufgelöst sey. Dieses Verfahren heißt die Verification, oder Probe.

Ich

Ich werde hievon bey einigen Aufgaben die Anwendung machen — Nicht bey allen, weil dieses zuviel Raum wegnimmt, vielmehr werde ich diese 5 Theile unter der einzigen Ueberschrift Auflösung begreifen.

9te Aufg. A und B haben mit einander 50 Thlr. A hat 9mal so viel als B. Wie viel hat ein jeder?

Arithm. Weil A 9mal so viel als B hat, so ist die Summe ihres Vermögens das 10fache des Vermögens von B. Die Summe ihres Vermögens macht aber 50 Thlr. Folglich ist das 10fache Vermögen von B 50 Thlr.; und sein einfaches Vermögen ist $\frac{1}{10}$ von 50, also 5 Thlr. Das Vermögen von A, welches das 9fache davon ist, beträgt 45 Thlr. Die Summe von beyden ist, wie erfordert wird, 50 Thlr.

Algebr. Ben. Vermögen von B — — — x
" " A — — — $9x$
Summe — — — $10x$.

Bed. $10x = 50$.

Red. $x = 5$ (indem man beiderseits durch 10 divid.)

Aufl. $x = 5$ Vermögen von B,
$9x = 45$ " " A.
$10x = 50$ Summe.

Probe. $50 = 50$.

10te Aufg. Das Vermögen von B ist $\frac{3}{5}$ des Vermögens von A; und die beyden zusammen haben 800 Thlr. Wie viel hat ein jeder?

Arithm. Da das Vermögen von B $\frac{3}{5}$ das Vermögen von A ist, so macht beyder Vermögen zusammen die Summe des Vermögens von A in der $\frac{3}{5}$ eben dieses Vermögens, d. i. $\frac{8}{5}$ des Vermögens von A Aber diese Summe ist 800 Thlr., also $\frac{1}{5}$ davon 100 Thlr. Das Ver-

mö-

mögen von A, welches 5mal sein fünfter Theil ist, beträgt demnach 500 Thlr. Vermögen von B, 300 Thlr. Summe des beyderseitigen Vermögens 500 + 300 = 800 Thlr.

Algebr. Ben. Vermögen von A — — — x
= = B — — — $\frac{3}{5}x$

Bed. $x + \frac{3}{5}x = 800$

Red. $5x + 3x = 4000$ (ind. man auf beyd. Seit. m. 5 mul.)
oder $8x = 4000$
$x = 500$ (ind. man auf jeder Seite mit 8 divid.)

Aufl. $x = 500$ Thlr. Vermögen von A
$\frac{3}{5}x = 300$ Thlr. , , B.

$x + \frac{3}{5}x = 800$ Thlr. Summe des beyd. Vermögens.

Probe. $800 = 800$.

Anmerk. Drückt man das Vermögen des A durch $5y$ aus, so vermeidet man die gebrochenen Ausdrücke.

11te Aufg. A, B, C, sollen sich in 400 Thlr. also theilen, daß A 16 Thlr. 12 Gr. weniger als B, und B 12 Thlr. 18 Gr. weniger als C erhalten sollte. Wie viel wird einem jeden zu Theil?

A erhält x Thlr.
so wird B erhalten x + 16 Thlr. 12 Gr.
und C x + 29 Thlr. 6 Gr. addirt.

giebt $3x$ + 45 Thlr. 18 Gr.

Denken wir der Aufgabe nach, so werden wir leicht einsehen, daß

$3x$ + 45 Thlr. 18 Gr. = 400 Thlr. seyn muß;
45 Thlr. 18 Gr. subtrah.

bleibt $3x$ = 354 Thlr. 6 Gr. mit 3 divid.

folgl. x = 118 Thlr. 2 Gr. für A.

Pro-

Probe. A erhielt 118 Thlr. 2 Gr.
mithin B — 134 Thlr. 14 Gr.
und C — 147 Thlr. 8 Gr. addirt.

400 Thlr.

12te Aufg. A, B, C, D sollen sich in 1000 Thlr. dergestalt theilen, daß B 10 Thlr. mehr als C, C 24 Thlr. mehr als D, und D 32 Thlr. mehr als A haben soll. Wie viel erhält ein Jeder?

A erhält x Thlr. also wird der Theil,
den D erhält, seyn $x + 32$ Thlr. der Theil
den C erhält $x + 56$ Thlr.; und endlich der
Theil, den B erhält $x + 66$ Thlr. addirt.

giebt $4x + 154$ Thlr.; so viel betragen aller 4 Theile zusammen.

Mithin muß $4x + 154$ Thlr. $=$ 1000 Thlr. seyn,
154 Thlr. subtrah.

bleibt $4x = 846$ Thlr. mit 4 divid.

folgl. $x = 211$ Thlr. 12 Gr.

Probe. A hat also erhalten 211 Thlr. 12 Gr.
D wird also erhalten haben 243 Thlr. 12 Gr.
und C " " " — 267 Thlr. 12 Gr.
und endlich B " " addirt. — 277 Thlr. 12 Gr.

Summa 1000 Thlr.

Arith. Aufl. Der Angabe gemäß sollen die 1000 Thlr. so vertheilt werden: daß A, B, C und D, jeder einen gleichen Antheil erhält, und ausser diesem D noch 32 Thlr., C 56 Thlr. und B 66 Thlr.; folglich zusammen 154 Thlr. mehr, als A erhalten sollen. Es bleiben also nur noch 1000 — 154 = 846 Thlr. unter 4 Personen zu gleichen Theilen zu vertheilen; folglich erhält ein Jeder $\frac{846}{4} = 211$ Thlr. 12 Gr.

13te Aufg. Fünf Erben sollen eine Erbschaft von 30650 Thlr. also theilen, daß B noch einmal so viel als A, und noch 200 Thlr mehr; C so viel als A und B, weniger 100 Thlr., D so viel als B und C, und noch 150 Thlr., und endlich E so viel als A und C, weniger 200 Thlr. bekommen soll. Wie viel wird auf jeden Erbtheil kommen?

	A habe erhalten	x Thlr.	
so wird	B haben	$2x + 200$ Thlr.	
	C	$3x + 100$ Thlr.	
	D	$5x + 450$ Thlr.	
	E	$4x - 100$ Thlr.	addirt.
	giebt	$15x + 650$ Thlr.	gleich der gesammten Erbschaft,
mithin muß		$15x + 650$ Thlr. $=$ 30650 Thlr.	
		650 Thlr.	subtrah.
	bleibt	$15x =$ 30000 Thlr.	m. 15 div.
	folgl.	$x =$ 2000 Thlr.,	so viel bekömmt A.

B bekommt also		4200 Thlr.
C	—	6100 Thlr.
D	—	10450 Thlr.
E	—	7900 Thlr. addirt.
	Summa	30650 Thlr.

Arith. Aufl. Es ergiebt sich sogleich, daß B, C, D und E zusammen 15mal so viel als A, und noch überdem 650 Thlr. erhalten sollen. Folglich erhält A $\frac{30650 - 650}{15} = \frac{30000}{15} =$ 2000 Thlr.

Wie nun die übrigen Werthe gefunden werden, leuchtet von selbst ein.

14te Aufg. Es sollen drey Zahlen von solcher Beschaffenheit gefunden werden, daß die zweyte durch die erste dividirt, 2 zum Quotienten und 1 für den Rest; hingegen die dritte durch die zweyte dividirt, 3 zum Quotienten und drey für den Rest geben, die Summe dieser drei Zahlen soll 70 seyn. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die erste Zahl sey x, so muß die 2te $(2x+1)$ seyn, und die 3te $6x+6$.

Ihre Summe $9x + 7 = 70$

$9x = 63$

folgl. $x = 7$ die Erste

also die 2te $= 15$

und die 3te $= 48$.

15te Aufg. Es hat Jemand einige Thaler angelegt, um folgende Waaren zu bezahlen. Der gekaufte Zucker kostet $\frac{1}{4}$, der Kaffee $\frac{1}{3}$, der Reiß $\frac{1}{12}$, der Thee $\frac{1}{6}$ von dem angelegten Gelde, und die Mandeln kosten $7\frac{1}{2}$ Thlr. Wie viel Thaler hat er für dies Alles angelegt?

Arith. Aufl. Nachdem er alles bis auf die Mandeln bezahlt hat, muß ihm von seinem angelegten Gelde noch $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ übrig bleiben. Es muß daher $7\frac{1}{2}$ Thlr. grade der 6te Theil der angelegten Summe, folglich x die Summe selbst $6 . 7\frac{1}{2} = 45$ Thlr. betragen.

Die algebraische Auflösung wird keine Schwierigkeit haben. Von ähnlicher Art sind folgende zwey Aufgaben.

16te Aufg. Es wollte Jemand gern die Anzahl der Nonnen in einem Kloster wissen, und sagte zu einer von ihnen: daß ihrer wohl 50 seyn möchten; erhielt aber zur Antwort: Unserer sind nicht 50, sondern, wären unserer noch einmal so viel, halb so viel, ein Drittel so viel, ein Viertel so viel, und

noch

noch 13, alsdann würden 50 herauskommen. Wie viel Nonnen waren nun im Kloster?

Arithm. Aufl. Die Zahl $50 - 13 = 37$ muß also $\frac{37}{12}$ von der Anzahl der Nonnen, und folglich 12 Nonnen gewesen seyn.

17te Aufg. Ein Sohn erhielt von seinem Vater folgende Erklärung über sein Alter: wenn du wärest noch $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ und $\frac{5}{6}$mal so alt, als du jetzt bist, und noch 9 Jahre dazu, so wärest du 100 Jahr alt. Wie alt war er?

Arithm. Aufl. Hier muß $100 - 9 = 91 = \frac{21}{20}$ seines Alters seyn, folglich sein Alter selbst = 20 Jahr.

18te Aufg. Wenn eine Zahl mit 4 multiplicirt, und 7 von diesem Produkte abgezogen wird, so bleibt 75. Was wäre das für eine Zahl?

Diese unbekannte Zahl sey x, so ziehen wir aus der Aufgabe folgende Gleichung:

$4x - 7 = 75$ 7 addirt.

bleibt $4x = 82$ mit 4 dividirt.

folgl. $x = 20\frac{1}{2}$

Probe. $4 \cdot 20\frac{1}{2} = 82$ und

$82 - 7 = 75$

19te Aufg. Der unbekannte Werth von 50 alten Gülden, weniger 5 Fl. Curantgeld, soll seyn 60 Fl. Wie viel ist einer der alten Gülden werth?

Der unbekannte Werth eines alten Guldens sey x Fl. Curantgeld, so werden 50 alte Gulden $50x$ Fl. Curantgeld werth seyn, mithin

$50x - 5 = 60$ 5 addirt.

bleibt $50x = 65$ mit 50 dividirt.

folgl. $x = 1\frac{3}{10}$ Fl., so viel ist der Werth eines alten Guldens in Courantgeld.

20te Aufg. Aus einem Fasse Kaffee wurden etliche Pfund abgewogen, und es blieben noch 60 Pfund darinnen. Aus einem andern Fasse, welches 90 ℔. Kaffee enthielt, wurden noch einmal so viel ℔. abgewogen, als aus dem ersten, und es blieben so viel ℔. darinnen, als das erste Faß anfänalich enthalten hat. Wie viel Pfund sind aus dem ersten Fasse abgewogen worden?

Man bezeichne die Anzahl der aus dem ersten Fasse abgewogenen Pfunde durch x; so sind aus dem zweyten Fasse $2x$ ℔. gewogen.

Im ersten Fasse waren anfänglich $x + 60$ Pfund

Im zweyten Fasse bleiben, nachdem man $2x$ ℔. abgewogen $90 - 2x$ ℔.

Nun muß $x + 60 = 90 - 2x$ seyn | $2x$ addirt.

giebt $3x + 60 = 90$ | 60 subtrah.

bleibt $3x = 30$ | mit 3 divid.

folgl. $x = 10$ ℔., so aus dem ersten Fasse abgewogen sind.

und aus dem andern Fasse sind 20 ℔. abgewogen worden.

Arithm. Aufl. Man schließe so: das erste Faß enthält 60 ℔. und noch einen unbekannten Theil, das 2te Faß enthält diesen unbekannten Theil 2mal nebst dem, was im ersten Faß enthalten ist, d. h. den unbekannten Theil 3mal nebst 60 ℔. Wenn wir daher von den 90 ℔. welches das 2te Faß wirklich enthält 60 ℔. wegnehmen, so muß in den Rest von 30 ℔. der unbekannte Theil grade 3mal enthalten seyn, folglich muß der unbekannte Theil selbst $= \frac{30}{3} = 10$ ℔. seyn.

21te Aufg. Von einer Waare, die 40 Centner wog, wurde ein gewisser Theil verkauft, und man behielt

hielt 8 Centner mehr übrig, als verkauft wurden. Wie viel Centner wurden verkauft?

Aufl. Wenn x Centner verkauft sind, so soll seyn

$$x + 8 = 40 - x$$
$$2x = 32$$

folgl. $x = 16$ Centner.

Arithm. Aufl. Eine kleine Ueberlegung zeigt sogleich, daß in 40 weniger 8 d. h. in 32 die gesuchte Zahl zweymal enthalten seyn muß.

22te Aufg. Von einer Geld-Düte gebe ich aus, und es bleiben darinnen 40 Thlr. 12 Gr. Von einer andern Geld-Düte, worinnen 68 Thlr. 18 Gr. waren, gebe ich zweymal so viel aus, als von der ersten, was darinnen bleibt, ist so viel als die erste Düte gleich anfänglich hatte. Wie viel war aus der ersten ausgegeben worden?

Ich habe x Thlr. aus der ersten ausgegeben, also aus der andern $2x$ Thlr.

Anfänglich war in der ersten Düte $x + 40\frac{1}{2}$ Thlr. und in der zweyten befindet sich noch, nachdem $2x$ Thlr. ausgegeben worden, $68\frac{3}{4} - 2x$ Thlr. Nun muß der Aufgabe gemäß

$x + 40\frac{1}{2} = 68\frac{3}{4} - 2x$ seyn — $2x$ addirt.

giebt $3x + 40\frac{1}{2} = 68\frac{3}{4}$ — $40\frac{1}{2}$ subtrah.

bleibt $3x = 28\frac{1}{4}$ — mit 3 divid.

folgl. $x = 9\frac{5}{12}$ Thlr. sind von der ersten Düte ausgegeben, und also von der 2ten Düte 18 Thlr. 20 Gr.

23te Aufg. Ich fragte einen Schiffer, der eben im Begriff war von Magdeburg nach Berlin zu Wasser zu reisen, wie viel Meilen Berlin von hier zu lan-

lande wäre. Das sollen sie ausrechnen junger Herr, war die Antwort: Ich bin schon 12 Meilen hinter Berlin zu Wasser gewesen, als auf einmal Sturmwind uns wieder 20 Meilen zurücktrieb. Nun fand es sich, daß wir grade so viel Meilen von Berlin entfernt waren, als 28 Meilen weniger die Anzahl Meilen so von Magdeburg bis Berlin zu lande sind. Wie weit ist also Berlin von Magdeburg?

Von Magdeburg bis Berlin sind x Meilen zu lande, 12 Meilen hinter Berlin und 20 wieder zurückgetrieben. Dies alles drückt man in einer Gleichung so aus:

$$x + 12 - 20 = x - 8$$

Nun soll $x - 8 = 28 - x$ seyn — x addirt.

giebt $2x - 8 = 28$ — 8 addirt.

giebt $2x = 36$ — mit 2 dividirt.

folgl. $x = 18$ Meilen, so weit ist Berlin von Magdeburg zu lande entfernt.

24ste Aufg. Ein Rechenmeister verlangt von seinen Schülern, daß sie eine Zahl, die er im Sinne habe, aus folgenden Angaben berechnen sollen: Wenn ihr diese Zahl, sagt er, mit 5 multiplicirt, von dem Producte 24 abzieht, den Rest durch 6 dividirt, und zum Quotienten 18 addirt, so erhaltet ihr diese Zahl selbst; welche Zahl ist es nun?

Aufl. Die gesuchte Zahl sey x, so ist, wenn man Schritt vor Schritt die Aussage der Aufgabe folgt:

$$\frac{5x-24}{6} + 13 = x$$
$$5x - 24 + 78 = 6x$$
$$5x + 54 = 6x$$

folgl. $54 = x$.

25ste Aufg. Wie viel Geld hast du bey dir, fragte jemand seinen Freund? Ich habe so viele Groschen bey mir, antwortete dieser, daß, wenn ich ihre Anzahl mit 5 multiplicire, von dem Producte 3 abziehe, den Rest wieder mit 4 multiplicire, und zum Producte 2 addire, alsdann von der Zahl, die herauskömmt, die Null zur Rechten weglasse, ich 23 erhalte. Wie viel Groschen hatte er bey sich?

Aufl. Eine Null zur Rechten einer Zahl weglassen, heißt die Zahl mit 10 dividiren, daher haben wir

$$\frac{(5x - \frac{3}{10}) \cdot 4 + 2}{} = 23$$

$$20x - 10 = 230$$

$$20x = 240$$

folgl. $x = 12$.

26ste Aufg. Zwey Couriere, die 147 Meilen weit von einander entfernt sind, gehen einander entgegen. Der erste macht täglich 12 Meilen; der 2te macht täglich 9 Meilen. Nach wie viel Tagen werden sie sich begegnen? und wie viel Meilen wird alsdann jeder gemacht haben?

Arithm. Diese zwey Couriere nähern sich einander mit jedem Tage um die Summe von 12 und 9 Meilen, d. h. um 21 Meilen. Um zusammen zu treffen, haben sie also während so viel Tage zu gehen, daß 21 Meilen eben so vielmal widerholt 147 Meilen machen: folglich muß diese Anzahl der Tagereisen sich ergeben, wenn man 147 durch 21 dividirt. Der Quotient ist 7.

Anzahl der zugebrachten Tage . 7

Zurückgelegter Weg des Couriers A 7. 12 = 84 Meilen.

= = = B 7. 9 = 63 —

Weg Beyder zusammen 147 Meilen.

Algebr. Ben. Tagereisen = x
Weg des Couriers A 12x
" " B 9x
Ganzer Weg " " 21x

Bed. $21x = 147$

Red. u. Aufl. $x = 7$ Tagereisen
$12x = 84$ Meil. Weg des Couriers A
$9x = 63$ " " " B

$21x = 147$ Meilen ganzer Weg.

Anmerk. Diese Aufgabe ist im Grunde einerley mit der 10ten Aufgabe. Nemlich da A täglich 12, und B 9 Meilen macht, so ist der Weg, den B in irgend einer Zeit macht, $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ des Weges, den A in der nemlichen Zeit macht; und die Summe des von beyden zurückgelegten Weges ist $\frac{21}{12} = \frac{7}{4}$ des Weges, welchen A gemacht hat. Folglich betragen $\frac{7}{4}$ des Weges von A 147, $\frac{1}{4}$ seines Weges macht $\frac{1}{7}$ von 147 oder 21; und der ganze von A zurückgelegte Weg ist $4.21 = 84$ Meilen.

27ste Aufg. Ein Courier muß täglich 24 Meilen zurücklegen: nach 3 Tagen wurde ihm ein anderer nachgeschickt, um ihn von dato in 12 Tagen einzuholen. Wie viel mußte dieser täglich Meilen machen?

Die unbekannte Zahl der Meilen, welche der zweyte Courier täglich machen muß, sey $= x$, er wird also in 12 Tagen $12x$ Meilen machen.

Der erste, der täglich 24 Meilen beendet, macht in den 15 Tagen, die er unterwegens ist,

15 . 24 Meilen

mithin muß nothwendig $12x = 15.24$ mit 12 divid.

folgl. $x = 15.2 = 30$ Meilen.

und so viel mußte also der 2te Courier machen.

Arithm. Aufl. Es ist einleuchtend, daß da der erste Courier in 15 Tagen einen Weg von 15. 24 Meilen macht, dieser Weg aber von dem 2ten Courier in 12 Tagen zurück gelegt werden soll, er offenbar täglich $\frac{15.24}{12} = 15.2 = 30$ Meilen machen muß. Diese Auflösung unterscheidet sich von der algebraischen blos dadurch, daß hier kein x angeführt ist.

Man kann auch so schliessen: da der erste Courier 3 Tage länger als der 2te Courier unterwegens ist, so macht er binnen dieser Zeit einen Weg von 3. 24 Meilen, und so viel Meilen hat er also vor dem 2ten Courier voraus, damit nun dieser Weg von dem 2ten Courier in 12 Tagen eingeholt wird, muß er täglich $\frac{3.24}{12} = 3.2 = 6$ Meilen mehr als der erste machen.

28ste Aufg. Zwey Oerter A und B, liegen 288 Meilen von einander: aus beyden Oertern wurden zu gleicher Zeit Couriers abgefertiget, und dem Courier aus A befohlen, täglich 24 Meilen zurückzulegen, um jenen aus B in 8 Tagen zu begegnen: Wie viel Meilen hatte also der Courier aus B täglich machen müssen?

Der Courier aus B habe täglich x Meilen gemacht, also wird er in 8 Tagen $8x$ Meilen gemacht haben. Der Courier aus A wird in 8 Tagen 8 . 24 Meilen zurücklegen.

Wenn die Bedingung der Aufgabe erfüllt werden soll, so muß

$8x + 8.24 = 288$ seyn — mit 8 divid.

giebt $x + 24 = 36$ — 24 subtrah.

folgl. $x =$ 12 Meilen, so viel hat er also täglich machen müssen.

Arithm. Aufl. Der Weg von A bis B beträgt $288 = 12.24$ Meilen, der Courier aus A macht in 8 Tagen

gen einen Weg von 8.24 Meilen, bleiben also für den Courier aus B zu machen übrig 4.24 Meilen, da er nun diese ebenfalls in 8 Tagen zurücklegen muß, so macht er täglich $\frac{4.24}{8} = 4.3 = 12$ Meilen.

29ste Aufg. Vor n Tagen ging ein Bote von hier ab, der täglich a Meilen macht; ihm wird ein anderer nachgeschickt, der täglich b Meilen macht: Wie viele Tage wird der 2te brauchen, um den ersten einzuholen?

Aufl. Der 2te hole den ersten in x Tagen ein, binnen dieser Zeit macht er bx Meilen. Da nun der erste Bote $(n + x)$ Tage unterwegens ist, so macht er in dieser Zeit $(n + x)a = na + ax$ Meilen. Laut der Aufgabe muß nun sein $bx = na + ax$; $(b - a)\,x = n.a$

$$\text{folglich } x = \frac{na}{b-a}$$

Diese Formel giebt auch $(b - a) : a = n : x$. Wie man auch durch ein arithmetisches Raisonnement findet:

Es sey $n = 10$, $a = 4$, $b = 9$ | so ist $x = \frac{40}{5} = 8$ Tage.

30ste Aufg. Ein Zeugmacher Gesell sollte in einer bestimmten Zeit eine Anzahl Zeuge verfertigen, und zu dem Ende täglich 8 Ellen machen; als dieser 3 Tage gearbeitet hatte, wird noch ein zweyter angestellt, der nach Verlauf von 21 Tagen eben so viel, als jener verfertiget. Wie viel Ellen hat dieser täglich gemacht?

Er habe täglich x Ellen verfertiget, so wird er in 21 Tagen, $21x$ Ellen machen.

Der erste, der schon 3 Tage vorher, also überhaupt 24 Tage gearbeitet hat, macht in dieser Zeit 24.8 Ellen.

Da

Da sie nun beyde gleichviel sollen gemacht haben, so muß

$$\frac{21x = 24.8 \text{ seyn}}{\text{folgl. } x = \frac{24.8}{21} = \frac{8.8}{7} = 9\frac{1}{7} \text{ Elle.}} \quad \text{mit 21 divid.}$$

Probe. Wer täglich $9\frac{1}{7}$ Elle macht, wird in 21 Tagen 192 Ellen machen, und wer täglich 8 Ellen macht, wird in 24 Tagen auch 192 Ellen machen.

Arithm Aufl. Da die von dem ersten Gesellen in 3 Tagen vorgearbeitete 24 Ellen in 21 Tagen von dem 2ten Gesellen nachgeholet sind, so muß er täglich ausser den 8 Ellen noch $\frac{24}{21} = 1\frac{1}{7}$ Elle verfertigen.

31ste Aufg. Ein Tagelöhner sollte eine Arbeit machen, und zum Tagslohn 1 Gr. 8 Pf. nebst Essen und Trinken erhalten, weil es aber mit der Arbeit zu langsam herging, so wurde ihm nach Verlauf von 10 Tagen einer beygesellt, und demselben versprochen, wenn er fleißig seyn, und die Arbeit in 40 Tagen vollenden helfen würde, er überhaupt so viel als jener an Gelde haben sollte. Wie viel war sein Tagelohn?

Es habe x Groschen betragen, so hat er für 40 Tage erhalten 40x Gr.

Der erste hat 10 Tage länger, also überhaupt 50 Tage gearbeitet, und 1 Gr 8 Pf. $= \frac{5}{3}$ Gr. erhalten, also in 50 Tagen $\frac{5}{3}.50 = \frac{250}{3}$ Groschen.

Da nun beyde gleichviel verdient haben sollten;

$$\frac{40x = \frac{250}{3}}{\text{folgl. } x = \frac{250}{3.40} = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12} \text{ Gr.}} \quad \text{mit 40 dividirt.}$$

gleich 2 Gr. und 1 Pf.

Arithm. Aufl. Da der erste Tagelöhner für die 10 Tage, so er gearbeitet, 16 Gr. 8 Pf. bereits erhalten hat, so muß dem zweyten — damit er überhaupt so viel Tagelohn erhalte, wie der erste — täglich $\frac{16\text{ Gr }8\text{ Pf.}}{40} = \frac{200}{40} = 5$ Pf. zu seinem Tagelohn zugelegt werden.

32ste Aufg. Ein Ingenieur soll einen Graben von 1200 Ruthen lang ausführen, welcher in 12 Tagen fertig seyn mußte: er ließ daher auf beyden Seiten zugleich anfangen, und auf der einen Seite täglich 40 Ruthen ausführen. Wie viel ist also auf der andern Seite täglich auszuführen gewesen?

Die unbekannte Ruthenzahl sey x.

Da täglich auf der einen Seite 40 Ruthen ausgeführt werden, so machen dies in 12, 12 . 40 Ruthen und auf der andern Seite täglich x Ruthen, also in 12 Tagen 12 . x Ruthen.

Nun muß $12x + 12.40 = 1200$ Ruthen gleich der ganzen Länge des Grab. seyn

mit 12 divid.

giebt $x + 40 = 100$ 40 subtrah.

folgl. $x = 60$ Ruthen.

Probe. Täglich 60 Ruthen, macht in 12 Tagen 720 R.
Täglich 40 Ruthen, macht in 12 Tagen 480 R.

Summa 1200 R.

Folgende arithmetische Auflösung dieser Aufgabe ist kürzer, als die vorstehende algebraische.

Wenn in 12 Tagen 1200 Ruthen fertig seyn sollen, so müssen offenbar täglich $\frac{1200}{12} = 100$ Ruthen fertig gemacht werden, da nun auf der einen Seite täglich 40 Ruthen fertig gemacht worden, so werden auf der andern Seite täglich noch 100 — 40 = 60 Ruthen gemacht.

Man

Man übereile sich nicht hieraus zu schliessen, daß wenigstens bey dieser Aufgabe die Algebra der Arithmetik nachstehen müßte. — Alles was man daraus folgern darf, ist, daß diese Aufgabe zu denen gehört, die so leicht sind, daß es gar keine Algebra bedarf. Daß aber algebraische Auflösungen öfters weitläuftiger und schwieriger scheinen, als die arithmetischen, liegt in dem Reichthum der Mittel; welche die Algebra hat, aus den Bedingungen der Aufgabe Gleichungen zu ziehen, und die Kürze der Auflösungen hängt mit davon ab, wie man combinirt.

Bey dieser Aufgabe hätte ich ja auch so schliessen können:

Es werden täglich $(x + 40)$ Ruthen fertig gemacht. Diese Ruthenzahl wird auch durch $\frac{12000}{120} = 100$ angegeben.

Daher ist $x + 40 = 100$
folgl. $x = 60$

Diese Auflösung steht nicht allein der arithmetischen leicht nach, sondern ist von dieser nur durch die algebraische Einkleidung verschieden, die folglich bey einer so leichten Aufgabe entbehrlich ist; aber man vergesse nicht, daß man bey dem leichtern erst lernt, wie man sich bey schwierigern Aufgaben verhalten muß.

33ste Aufg. Ein Vater hinterließ 3 Söhne und 1500 Thlr. Nach seinem Testamente, soll der älteste Sohn 200 Thlr. mehr haben, als der 2te. Der zweyte aber 100 Thlr. mehr, als der 3te. Wie viel bekommt ein Jeder?

Der dritte soll erhalten x Thlr.
so hat der zweyte erhalten $x + 100$ Thlr.
und der älteste $x + 300$ Thlr. addirt
giebt $3x + 400$ Thlr.

gleich

gleich dem, was alle 3 Söhne zusammen erhalten haben, dieses war in der Aufgabe zu 1500 Thlr. angegeben; mithin muß $3x + 400$ Thlr. $= 1500$ Thlr. seyn, 400 subtr.

bleibt $3x = 1100$ Thlr. mit 3 divid.

folgl. $x =$ 366 Thlr. 16 Gr. so viel erhielt der dritte

Der zweyte erhielt also 466 Thlr. 16 Gr.
und der älteste 666 Thlr. 16 Gr. addirt

Summa 1500 Thlr. — —

Dies letztere dient zugleich zur Probe.

34ste Aufg. Ein Mann sagt: Meine Frau ist 30 Jahr älter als meine Tochter, ich bin 22 Jahre älter, als meine Frau. Unser aller Alter zusammen addirt, giebt 100. Wie alt war der Mann, die Frau und die Tochter?

Wir wollen setzen die Tochter wäre x Jahr alt,
so ist die Mutter alt $x + 30$
und der Vater alsdann $x + 52$ addirt.

giebt $3x + 82$ gleich dem Alter aller drey zusammen genommen. Dieses war in der Aufgabe zu 100 Jahr angegeben:

mithin $3x + 82 = 100$ 82 subtrah.

bleibt $3x = 18$ mit 3 divid.

folgl. $x =$ 6 Jahr, gleich dem Alter der Tochter, mithin das Alter
der Mutter = 36 Jahr
und des Vaters Alter = 58 Jahr addirt.

Summa 100 Jahr.

Letzteres dient zugleich zur Probe.

35ste Aufg. Das Geld, was Jemand in der Tasche hat, oder eine Zahl, die er sich denket, auszurechnen?

Aufl. Man nennt die gesuchte Zahl x, und lässet den, welcher sie kennt, dieselbe für sich mit 7 multiplicieren, zum Product 5 addiren, die letztere mit der um 3 verminderten unbekannten Zahl dividiren, und sich nun dem Quotienten angeben. Z. B. letzterer wäre 19, so haben wir der Aufgabe gemäß folgende Gleichung:

$$\frac{7x+5}{x-3} = 19$$
$$7x + 5 = 19\,(x - 3)$$
$$7x + 5 = 19x - 3 \cdot 19$$
$$3 \cdot 19 + 5 = 12x$$
$$\frac{62}{12} = x$$

oder 5 Thlr. 4 Gr. $= x$.

Setzen wir statt 7, a, statt 5, b, statt 3, c,

so hätten wir $f = \frac{ax+b}{x-c}$

$$f\,(x - c) = ax + b$$
$$fx - fc = ax + b$$
$$(f - a)\,x = b + fc$$
$$x = \frac{b+fc}{f-a}$$

Diese allgemeine Form giebt also in jedem Fall zugleich die Antwort.

36ste Aufg. Was sind das für Zahlen, deren Summe 75, und der Unterschied 17 ist?

Offenbar bestehet die größere Zahl aus der kleinsten und dem gegebenen Unterschiede, wenn wir daher die kleinste Zahl durch x bezeichnen: so wird die größere durch

$x + 17$ bezeichnet addirt.

giebt $2x + 17 =$ der Summe beyder Zahlen, diese beträgt aber 75;

mit-

mithin muß $2x + 17 = 75$ seyn 17 subtrah.

bleibt $2x = 58$ mit 2 divid.

folgl. $x = 29$

und $x + 17 = 46$.

Hätte man die größere Zahl durch y bezeichnet, so würde die kleinere Zahl durch

die Sum. beyd. Zahlen. $y - 17$ ausgedruckt Beyde add. giebt

$2y - 17 = 75$ 17 addirt.

giebt $2y = 92$ mit 2 divid.

folgl. $y = 46$

und $y - 17 = 29$ wie vorhin.

Arithm Aufl. Wenn man von der größern den Unterschied 17 wegnimmt, so bleibt die kleinere Zahl. Nimmt man daher von der Summe 75, die doch aus der kleinern und größern Zahl besteht, den Unterschied 17 weg, so bleibt 58, welche nun offenbar die kleinere noch 2mal enthalten muß, die daher $\frac{58}{2} = 29$
und mithin die größere $29 + 17 = 46$ ist.

Man darf auch so schliessen: Setzt man zu der Summe 75 noch den Unterschied 17 hinzu, so erhält man 92, eine Summe, worinn die größere Zahl genau 2mal enthalten seyn muß. Folglich ist die größere Zahl selbst $= \frac{92}{2} = 46$ und die kleinere $= 46 - 17 = 29$.

Die hier gebrauchten Schlüsse sind keinesweges von den dabey gebrauchten bestimmten Zahlen abhängig, man wird bey einiger Aufmerksamkeit leicht folgende allgemeine Regeln zur Auflösung dergleichen Aufgaben ableiten können.

1) Zieht man von der gegebenen Summe die gegebene Differenz ab, und halbirt das Resultat, so erhalt man die kleinere Zahl.

2) Addirt man die gegebene Differenz zu der Summe, und halbirt das Resultat, so erhält man die größere Zahl.

Durch diese Regeln wird die allgemeine sehr nützliche und oft vorkommende Aufgabe: Wenn die Summe zweyer Zahlen und ihre Differenz gegeben ist, die Zahlen selbst zu finden, aufgelößt.

37ste Aufg. Aus zwey Mörser sind 100 Bomben geworfen; aus dem ersten 40 mehr als aus dem zweyten: wie viel hat man aus jedem einzelnen geworfen?

Aus dem ersten Mörser sind x Bomben geworfen,
so sind aus dem andern $x - 40$ Bomben geworfen worden, addirt giebt $2x - 40$ so viel sind aus beyden zusammen geworfen;

daher muß $2x - 40 = 100$ seyn, 40 subtrah.
bleibt $2x = 140$ mit 2 divid.
folgl. $x = 70$ Bomben, so viel sind also aus dem ersten Mörser geworfen, mithin aus dem andern $70 - 40 = 30$ Bomben.

Probe. Aus dem ersten 70 Bomben
Aus dem zweyten 30 Bomben addirt.
Summa 100 Bomben.

Und $70 - 30 = 40$ Bomben
$=$ der in der Aufgabe angegebenen Differenz.

Arithm. Aufl. Nimmt man 40 von 100 weg, so bleiben 60 Kugeln, davon offenbar jeder Mörser die Hälfte d. h. 30 Stück geworfen hat. Folglich hat der erste Mörser $30 + 40 = 70$ Kugeln geworfen.

Sonst

Sonst könnte man auch diese Aufgabe auf die vorhergehenden zurück bringen, wenn man überlegt, daß hier 100 die Summe zweyer Zahlen und 40 den Unterschied dieser Zahlen vorstellt.

38ste Aufg. Die Breite und Länge eines Hauses macht zusammen 275 Fuß aus, 74 Fuß ist es länger als breit. Wie lang und breit ist das Gebäude?

Ich will die Länge des Hauses mit x bezeichnen, so ist die Breite des Hauses $= x - 74$; Länge und Breite zusammen sollen gleich 275 seyn, daß heißt

$2x - 74 = 275$ 74 addirt.

giebt $2x = 349$ mit 2 divid.

folgl. $x = 174\frac{1}{2}$ Fuß, gleich der Länge des Hauses, und die Breite ist gleich $x - 74 = 174\frac{1}{2} - 74 = 100\frac{1}{2}$ Fuß.

Probe. Die Länge $= 174\frac{1}{2}$ Fuß
die Breite $= 100\frac{1}{2}$ Fuß

Länge + Breite = 275 Fuß
Länge — Breite = 74 Fuß.

Arithm. Aufl. Wenn man von der Summe 275 den Unterschied 74 wegnimmt, so enthält $275 - 74 = 201$ offenbar die doppelte Breite. Folglich muß die die Breite selbst $\frac{201}{2} = 100\frac{1}{2}$ Fuß, und daher die Länge $= 174\frac{1}{2}$ Fuß seyn.

39ste Aufg. Zwey Kühe sind zu 40 Thlr. eingekauft, davon ist die eine Kuh 2 Thlr. theurer, als die andere. Wie viel hat also jede Kuh gekostet?

Der Preiß der theuern Kuh sey gleich x Thlr.
Der Preiß der minder theuern wird
also seyn $= x - 2$ Thlr. add.

giebt $2x - 2$ Thlr.

Der

Der Bedingung der Aufgabe gemäß muß also

$2x - 2$ Thlr. $= 40$ Thlr. seyn 2 Thlr. addirt.

giebt $2x = 42$ mit 2 divid.

folgl. $x = 21$ Thlr. gleich dem Preiß der theuern Kuh, und also 19 Thlr. gleich dem Preiß der minder theuern Kuh.

Die arithmetische Auflösung dieser Aufgabe ist leicht. Denn die 2 Thlr. um welche die eine Kuh theurer als die andere ist, können offenbar nicht in Theilung, sondern nur $40 - 2 = 38$ Thlr. deren jeder der Käufer die Hälfte, das heißt 19 Thlr. erlegen muß.

Diese Aufgabe, so wie sie hier stehet, ist ein wirklicher Vorfall im gemeinen Leben, und Rechenmeister denen sie aufgegeben wurde, brachten statt 21, 19, immer 22 und 18 heraus, bis endlich ein Frauenzimmer sie aus dem Irrthum riß.

Diese Rechner schlossen nemlich so: Wenn die Kühe gleichviel gekostet hätten, so würde ein Jeder 20 Thlr. geben müssen, da nun aber die eine Kuh 2 Thlr. weniger als die andere werth ist, so müßte der eine an den andern Käufer 2 Thlr. wieder herausgeben, demnach der eine 18 Thlr. der andere 22 Thlr. bezahlen. Diese Rechenmeister bedachten aber nicht, daß, indem man der einen 2 Thlr. nimmt, schon hierdurch der andern 2 Thlr. mehr giebt, legt man aber dieser gar noch 2 Thlr. zu, so entstehet offenbar ein Unterschied von 4 Thlr. Man hätte also nicht von den 20 Thlr der einen den ganzen Unterschied, d. h. 2 Thlr., sondern nur den halben Unterschied, also nur 1 Thlr. wegnehmen und der andern zulegen sollen. Denn sobald ich der einen Kuh 1 Thlr. wegnehme, so gilt sie nur 19 Thlr. und die andere 20 Thlr. also einen 1 Thlr. mehr; lege ich nun dieser letztern den der erstern genommenen Thaler zu, so bezahle

zahle ich 21 Thlr., also 2 Thlr. mehr als der, der nur 19 Thlr. bezahlt. Ich bin bey dieser Aufgabe etwas umständlich gewesen, um vor einen Fehlschluß zu warnen, der leider nur zu oft begangen wird. Uebrigens gehört auch diese Aufgabe zu der allgemeinen: der gegebenen Summe voriger Zahlen 40 und der Differenz 2. die Zahlen selbst zu finden.

40ste Aug. 658 Thlr. unter 3 Personen so zu vertheilen, daß der zweyte 3mal so viel erhält als der erste, und der dritte so viel als die beyden ersten zusammen genommen.

Der erste soll x Thlr. erhalten, so erhält
der zweyte 3x
und der dritte 4x addirt.

giebt 8x so viel hätten alle drey zusammen erhalten, mithin muß
8 x = 658 seyn mit 8 divid.

folgl. x = 82 Thlr. 6 Gr. gleich dem Theil des ersten.

Auch ohne den Gebrauch eines x's wird es leicht seyn zu übersehen, daß alle 3 zusammen 8mal so viel als der erste bekommen.

Probe. Da der Theil des ersten gleich
82 Thlr. 6 Gr. so ist der Theil des zweyten
gleich 246 Thlr. 18 Gr. und der Theil des dritten
gleich 329 Thlr. addirt.

Summa 658 Thlr.

41ste Aufg. Ich soll 300 Thlr. unter 3 Personen so vertheilen, daß die zweyte 2mal so viel erhält, als die erste, und noch 6 Thlr. mehr; und die dritte so viel als die beyden andern zusammengenommen, und noch 10 Thlr. mehr.

Die erste Person habe erhalten x Thlr.
so wird die zweyte erhalten haben $2x + 6$ Thlr.
und die dritte $3x + 16$ Thlr. addirt.

giebt $6x + 22$ Thlr.

Diese Summe muß gleich der in der Aufgabe gegebenen 300 Thlr. seyn, also

$6x + 22 = 300$ 22 subtrah.

bleibt $6x = 278$ mit 6 divid.

folgl. $x = 46$ Thlr. 8 Gr. gleich dem Theil des ersten.

Probe. Der Theil des ersten war 46 Thlr. 8 Gr.
so ist der Theil des zweyten gleich 98 Thlr. 16 Gr.
und der Theil des dritten 155 Thlr. addirt.

Summa 300 Thlr.

42ste Aufg. Eine Zahl zu finden, deren Hälfte, Viertel und fünfter Theil, zusammmen 60 betragen.

Diese suchende Zahl sey x

so soll seyn $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x = 60$
also $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5})x = 60$
oder $(\frac{10}{20} + \frac{5}{20} + \frac{4}{20})x = 60$
oder $\frac{19}{20}x = 60$ mit $\frac{19}{20}$ div.

folgl. $x = 63\frac{3}{19}$ gleich der zu suchenden Zahl.

Arithm. Aufl. Die Summe der Brüche geben $\frac{19}{20}$. Es muß also $\frac{19}{20}$ der gesuchten Zahl gleich 60 seyn, demnach $\frac{1}{20}$ der gesuchten $= \frac{60}{19}$, und folglich die gesuchte Zahl selbst gleich $\frac{60}{19} \cdot \frac{20}{1} = 63\frac{3}{19}$.

Erinnerung. Der jetzige Bauinspector Herr Sachs hat in seinem Versuch Algebraische Aufgaben vom ersten Grade mit ein und zwey unbekannten Größen, ohne Algebra aufzulösen, Berlin 1799, diese Auf-

Aufgabe Seite 14, aufgelöst, begeht aber dabey den Fehler, zu sagen, daß der Bruch $\frac{120}{2}$ gleich 60 ist, welches offenbar unmöglich ist.

Probe.

$\frac{1}{2}x = 31\frac{11}{19}$
$\frac{1}{4}x = 15\frac{15}{19}$
$\frac{1}{5}x = 12\frac{12}{19}$ addirt.

Summa 60.

43ste Aufg. In einer Gesellschaft von 90 Personen, befinden sich 4 Männer mehr als Weiber; der Kinder aber sind 10 mehr, als der Erwachsenen. Wie viel Männer, Weiber und Kinder befinden sich darunter?

Aufl. x Weiber
also $x + 4$ Männer
und $2x + 14$ Kinder.

daher $4x + 18 = 90$

folgl. $x = 18$ Weiber
22 Männer
und 50 Kinder.

44ste Aufg. Wie gehet es zu, fragte ein Spatziergänger einen andern, daß du mir um 3000 Fuß vorgeeilt bist, ungeachtet ich doppelt so große Schritte machte als du? Das gebe ich zu, erwiderte ihm jener; aber ich machte hingegen 5mal so viele Schritte als du. Wenn nun dies alles seine Richtigkeit hat; wie viel Fuß mußte jeder zurückgelegt haben?

Aufl. Hier ist $a = 3000$.
$b = 2$
$c = d = 1$
$e = 5$

folgl. $x = 2000$ Fuß
$ax + x = 3000$ Fuß.

45ste Aufg. Von zwey Spatziergängern eilt der 2te dem ersten um a Fuße vor; das Verhältniß ihrer Schritte in Ansehung der Größe ist = b : c, und in Ansehung der Zahl = d : e; welches ist der zurückgelegte Weg eines Jeden?

Aufl. Der zurückgelegte Weg des ersten sey x Fuße, während nun der erste diese x Fuß zurücklegt, macht der 2te $\frac{e}{d}x$ Fuße, da nun 1 Schritt des 2ten = $\frac{c}{b}$ eines Schritts des ersten war, so machen $\frac{e}{d}x$ Fuß des zweyten grade so viel aus, als $\frac{c}{b} \cdot \frac{e}{d}x$ Fuß des ersten. Nun wird der Weg des zweyten auch durch (a + x) Fuß angegeben. Mithin

$$\frac{c}{b} \cdot \frac{e}{d} \cdot x = a + x;$$

$$ce \cdot x = abd + bdx;$$

$$(ce - bd)\, x = abd;$$

folgl. $x = \frac{abd}{ce - bd}$ = dem Wege des ersten,

also $a + x = \frac{ace}{ce - bd}$ = dem Wege des zweyten.

Andere Auflösung.

Man bezeichne der Weg des ersten durch x Fuß, so ist der Weg des zweyten a + x Fuß.

Nun schliesse man bey gleicher Größe der Schritte würden sich ihre Wege verhalten wie d : e, also

d : e = x : y, wegen der verschiedenen Größe ihrer Schritte haben wir auch

b : c = y : (a + x)

demnach bd : ce = x : (a + x)

bd : ce − bd = x : a

folgl. $x = \frac{abd}{ce - bd}$

$a + x = \frac{ce}{bd} \cdot x = \frac{ace}{ce - bd}$.

46ste

46ste Aufg. Einer kauft 20 Ellen Zeug von zweyerley Gattung. Von der einen kostet die Elle 14 Gr., von der andern 12 Gr. Im Ganzen bezahlt er 258 Gr. Wie viel sind es Ellen von jedem Zeuge gewesen?

Arithm. Hätte er alle Ellen im ersten Preis gekauft, so würde er 20. 14 oder 280 Gr. bezahlt haben. Er bezahlt aber wirklich nur 258 Gr., folglich würde er 22 Gr. mehr bezahlt haben, als er wirklich bezahlt hat.

Dieser Unterschied rührt daher: daß wir angenommen haben, er habe nur Ellen zu 14 Gr. gekauft; statt daß er auch einige zu 12 Gr. die Elle gekauft hat, für deren jede er also 2 Gr. weniger bezahlte. Der ganze Unterschied der 22 Gr. kommt demnach daher, daß wir 2 Gr. so vielmal zu viel genommen haben, als er Ellen zu 12 Gr. gekauft hat. Folglich finden wir, wie viel Ellen der zweyten Gattung er gekauft hat, wenn wir 22 durch 2 dividiren, der Quotient 11 ist also die Anzahl der Ellen zu 12 Gr.

Ellen zu 12 Gr.	11,	Preiß derselben	132 Gr.
= 14 =	9	= =	126 ,
		Summe der Preise	258 Gr.

Algebr. Ben.	Ellen zu 14 Gr.	=	x
	= 12 =	=	$20 - x$
	Preiß der ersten Ellen		$14x$
	= andern =		$240 - 12x$
	Totalpreiß	=	$240 + 2x$.

Bed. $240 + 2x = 258$

Red. $2x = 18$

$x = 9$

Aufl

Aufl. $x = 9$ Ellen zu 14 Gr.

$20 - x = 11$ " 12 "

$14x = 126$ Gr. Preiß der Ellen zu 14 Gr.

$240 - 12x = 132$ " " 12 "

$240 + 2x = 258$ Totalpreiß.

Probe. $258 = 258$.

47ste Aufg. Die Zahl 720 in 3 Theile zu theilen, so daß der erste sich verhält zu dem zweyten, wie 3:4, und der zweyte zu dem dritten wie 5:6.

x sey der erste Theil, so findet man den zweyten, indem man schließt

erster Theil : zweyten Theil:

$3:4 = x : \frac{4}{3}x$, und den dritten, ind. man schließt

zweyter Theil : dritten Theil

$5 : 6 = \frac{4}{3}x : \frac{8}{5}x$

Also der erste Theil $= x$

" der zweyte " $= \frac{4}{3}x$

" der dritte " $= \frac{8}{5}x$ addirt.

giebt $x + \frac{4}{3}x + \frac{8}{5}x = x + \frac{44}{15}x$

Nun muß der Bedingung nach seyn

$x + \frac{44}{15}x = 720$ mit 15 multipl.

giebt $15x + 44x = 10800$

oder $59x = 10800$ mit 59 divid.

folgl. $x = 183\frac{3}{59}$ gleich dem erst. Theil.

48ste Aufg. Eine Erbschaft a Thlr. soll unter 2 Personen, A und B so getheilt werden, daß der einem bekommt, so oft der andere n bekommt. Wie viel wird jeder erhalten?

Aufl. A erhalte x Thlr., so erhält B, $a - x$. Beyde erhalten ihre Portion in dem Verhältnisse

$$n : m = a - x : x$$

daher auch $(n+m) : m = a : x$

folg. $x = \frac{ma}{n+m}$ und $a - x = \frac{n+m}{n+m}a - \frac{ma}{n+m} = \frac{na}{n+m}$

Es sey $a = 150$; $m = 9$ und $n = 1$,
so ist die Portion des A $= 135$ Thlr.
und B erhält 15 Thlr.

Arithm. Aufl. Die gegebene Erbschaft a soll in $(m+n)$ Theile getheilt werden, davon A, m und B, n solche Theile bekommen soll,

folgl. muß A $\frac{ma}{m+n}$

und B $\frac{na}{m+n}$ erhalten.

49ste Aufg. Man verkauft von einem Stück Tuch $\frac{n}{m}$ und $\frac{p}{q}$ des Stücks, und behält a Ellen übrig. Wie viel Ellen hat das ganze Stück gehalten?

Aufl. Die Anzahl der Ellen des Stücks sey x,
so ist das davon verkaufte $\left(\frac{n}{m} + \frac{p}{q}\right)x$
und daher das nach dem Verkauf übrig gebliebene $\left[1 - \left(\frac{n}{m} + \frac{p}{q}\right)\right]x = a$, folgl. $x = \frac{mq \cdot a}{mq - nq - mp}$

Es sey $\frac{n}{m} = \frac{1}{4}$ und $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$ und $a = 20$ Ellen;
so ist $x = 48$ Ellen.

50ste Aufg. Zwey Zahlen zu finden deren Summe a, und von welchen die eine m mal so groß als die andere ist?

Aufl.

Aufl. Es sey die kleinere Zahl x, so ist die größere mx.

Demnach $mx + x = a$

$(m + 1)\, x = a$

folgl. $x = \frac{a}{m+1}$ die kleinere

und die größere $\frac{ma}{m+1}$

Arithm Aufl. Die gegebene Summe a enthält die kleinere Zahl einmal mehr, als diese kleinere in der größeren enthalten ist: d. h. die kleinere ist von der Summe der $(m+1)$ te Theil, oder sie ist gleich $\frac{a}{m+1}$

und also die größere m mal

die kleinere $= \frac{ma}{m+1}$

51ste Aufg. Eine Wiese von 2850 Quadratruthen soll unter drey Gutsherrn A, B, C vertheilt werden; der Antheil des A soll sich zum Antheil des B wie 6:11 verhalten, und C soll 300 Quadratfuß mehr bekommen, als A und B zusammengenommen. Wie viel wird Jeder erhalten?

Aufl. A bekomme x, so bekömmt B $\frac{11}{6}x$ und C $\frac{17}{6}x + 300$.

Mithin $x + \frac{11}{6}x + \frac{17}{6}x + 300 = 2850$,

also $\frac{17}{3}x = 2550$

folgl. $x = 150 . 3 = 450$.

Es bekommt also A 450,
B 825,
C 1575 Quadratfuß.

52 Aufg. Drey Brüder sind zusammen alt 30 Jahr und 11 Tage, der 2te ist 1 Jahr 2 Monat und 24 Tage jünger als der erste, und der 3te ist ein Jahr 10 Monate 22 Tage jünger als der zweyte. Das Alter jeder dieser drey Brüder zu finden.

Der

Der erste sey x Jahre alt, so ist
der zweyte x — 1 Jahr — 2 Mon. — 24 Tage alt
der dritte x — 3 Jahr — 1 Mon. — 16 Tage alt add.
aller Alter zus. $3x$ — 4 Jahr — 4 Mon. — 10 Tage

also auch

$3x$ — 4 Jahr — 4 M. — 10 T. = 30 Jahr + 11 Tage.

Man ziehe auf beyden Seiten — 4 J. – 4 M. – 10 T. ab
so erhält man $3x = 34$ J. + 4 M. + 21 Tage
mit 3 div.
Folgl. das Alter des erst. $= x = 11$ J + 5 M. + 17 Tage
dah. das Alter des zweyt. $= 10$ J. + 2 M. + 23 Tage
und das Alter des dritten $= 8$ J. + 4 M. + 1 Tag.
add.
Sämmtliches Alter $= 30$ Jahr — + 11 Tage

Ein Beweis, daß wir richtig gerechnet haben.

53ste Aufg. Fünf Spieler haben zusammen 96 Thlr. verspielt; der zweyte hat doppelt so viel und noch 2 Thlr. mehr verspielt als der 1ste; der 3te so viel als der 1ste und 2te zusammengen., weniger 6 Thlr.; der vierte so viel als der 2te und 3te zusammengen. und noch 10 Thlr. mehr, und der fünfte so viel als der erste und vierte zusammen, weniger 20 Thlr. Man will wissen, wie viel ein jeder einzeln verloren hat.

Der erste Spieler habe verloren x Thlr.
der 2te hat also verlohren $2x$ + 2 Thlr.
der 3te " " $3x$ — 4 Thlr.
der 4te " " $5x$ + 8 Thlr.
der 5te " " $6x$ — 12 Thlr. add.
Sämmtlich erlittener Verlust $= 17x$ — 6 Thlr.

Die Aufgabe giebt den Verlust zu 96 Thlr. an, also muß

17x

17x — 6 Thlr. = 96 Thlr. seyn 6 Thlr. addirt.

giebt 17x = 102 Thlr. mit 17 divid.

Folgl. der Verlust
luſt des 1ſten = x = 6 Thlr.
des 2ten = 14 "
des 3ten = 14 "
des 4ten = 38 "
des 5ten = 24 " addirt.

giebt 96 Thlr., ſo wie es die Aufgabe angiebt.

54ſte Aufg. Fünf Spieler haben zuſammen 60 Thlr. gewonnen; der zweyte 3mal ſo viel als der erſte, weniger $\frac{1}{3}$; der dritte, doppelt ſo viel als der zweyte, weniger 1 Thlr.; der vierte, 4mal ſo viel als der erſte, und der fünfte, 3mal ſo viel als der zweyte, weniger 2 Thlr. Wie viel hat ein jeder gewonnen?

Der erſte habe x Thlr. gewonnen
der zweyte hat alſo $\frac{8}{3}x$ Thlr.
der dritte " $\frac{16}{3}x - 1$ Thlr.
der vierte " 4x Thlr.
der fünfte " 8x − 2 Thlr. addirt.

Sämmtlicher Gewinnſt 21x − 3 Thlr.

Alſo muß 21x — 3 = 60 ſeyn 3 addirt

bleibt 21x = 63 mit 21 divid.

Folgl. der Gewinnſt
des 1ſten = x = 3 Thlr.
des 2ten = 8 "
des 3ten = 15 "
des 4ten = 12 "
des 5ten = 22 " addirt.

Sämmtlicher Gewinnſt 60 Thlr.

55ſte

55ste Aufg. Es stirbt ein Mann, von dem seine Erben wissen, daß er 1310 Thlr. an A, B, C, D verliehen hat, sie wissen aber nicht, wie viel ein jeder einzeln hat, so viel sehen sie aus den hinterlassenen Papieren, daß B $\frac{1}{3}$ des Theils A mehr hat, als A, und C $\frac{1}{4}$ des Theils A mehr als B, und daß endlich D, 7mal so viel hat als A. Wie viel haben A, B, C und D gehabt?

A habe x Thlr.
so hat B $x + \frac{1}{3}x$ Thlr.
C $x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x$ Thlr.
D $7x$ Thlr. addirt.

So hat man $10x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x = 1310$ Thlr. mit 12 mul.

erhält man $120x + 8x + 3x = 15720$
oder $131x = 15720$ mit 131 divid.

A hat also gehabt $x = 120$ Thlr.
mithin B $= 160$ "
C $= 190$ "
D $= 840$ " addirt.

1310 Thlr.,
wie in der Aufgabe angegeben worden.

Arithmethische Auflösung.

B erhält $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = \frac{16}{12}$ von dem was A gehabt hat,
C " $\frac{16}{12} + \frac{1}{4} = \frac{19}{12}$ " "
Alle 4 erhalten zusammen: $1 + \frac{16}{12} + \frac{19}{12} + 7 = \frac{131}{12}$

laut der Aufgabe muß nun der $\frac{131}{12}$ von dem was A gehabt hat 1310 Thlr. betragen, mithin $\frac{1}{12}$ des Theils von A gleich 10 Thlr. und daher das, was A gehabt hat gleich 120 Thlr. seyn.

56ste Aufg. In einem bevorstehenden Kriege sollen 3 Städte, A, B, C, ihr Contigent von 594 Mann stellen; die Vertheilung soll nach Verhältniß

niß ihrer Volksmenge geschehen. Wenn nun die Volksmenge von A sich zu der von B wie 3:5 die Volksmenge von B aber sich zu der von C wie 8:7 verhält. Wie viel Mann muß jede Stadt stellen?

Aufl. Es stelle A x Mann, so ist $3:5 = x:$ der Anzahl Mann die B stellen muß. B stellt also $\frac{5x}{3}$ Mann. Ferner $8:7 = \frac{5x}{3}:$ zu der Anzahl Mann die C stellen muß.

C stellt also $\frac{35}{24}x$ Mann.

Alle 3 Städte stellen also zusammen:

$$x + \frac{5x}{3} + \frac{35}{24}x = 594 \text{ Mann,}$$

$$\frac{99}{24}x = 594$$

folgl. $x = \frac{594}{33} \cdot 8 = \frac{198}{11} \cdot 8 = 18 \cdot 8 = 144$ Mann.

Demnach stellt A, 144 Mann
B, 240 =
C, 210 =

Arithm. Aufl. Da die Anzahl Mann von A sich zu der Anzahl Mann von B verhält wie $3:5 = 24:40$. Die Anzahl Mann von B aber zu der von C wie 8:7, so muß sich nach arithmetischen Gründen die Anzahl Mann von A zu der von C verhalten wie 24:35.

Demnach die Anzahl Mann von A zu der von B und zu der von C wie 24:40:35. Das Ganze d. h. 594 muß also in $24 + 40 + 35 = 99$ gleiche Theile getheilt werden. Dieses giebt $\frac{594}{99} = 6$;

A muß also $6 \cdot 24 = 144$
B = $6 \cdot 40 = 240$
und C = $6 \cdot 35 = 210$
} Mann stellen.

57ste Aufg. Eine Creditmasse von 21000 Thlr. soll unter vier Gläubiger A, B, C, D, nach Verhältniß ihrer Forderungen vertheilt werden. Nun verhält sich die Forderung des A zu des B wie 2 : 3
= B = C wie 4 : 5
= C = D wie 6 : 7.

Wie viel erhält demnach jeder Gläubiger?

Aufl.

Aufl. Es erhalte A x Thlr.
so muß B erhalten $\frac{3x}{2}$.
" C " $\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2}x = \frac{15x}{8}$
" D " $\frac{7}{6} \cdot \frac{15}{8}x = \frac{21x}{16}$.

A, B, C und D zusammen erhalten also
$x + \frac{3x}{2} + \frac{15x}{8} + \frac{21x}{16} = 21000$ Thlr.
$\frac{105}{16}x = 21000$ Thlr.

folgl. $x = 200 \cdot 16 = 3200$ Thlr.

Es erhält also A 3200 Thlr.
B 4800 "
C 6000 "
D 7000 "

Arithm. Aufl. Aus den Angaben ergiebt sich durch Zusammensetzung der Verhältnisse: daß der Theil, den A erhält, sich zu den Theil von B wie $2 : 3 = 16 : 24$
der Theil von A zu dem von C wie $8 : 15 = 16 : 30$
und der Theil von A zu dem von D $= 16 : 35$
verhält. Demnach der Theil des A zu dem Theil des B, des C und des D, wie $16 : 24 : 15 : 30$.

Die Ganze zu vertheilende Masse wird also in $16 + 24 + 15 + 30 = 105$ gleiche Theile getheilt, davon A 16, B 24, C 15 und D 30 solche Theile erhält.

58ste Aufg. Eine Zahl a in drey solche Theile zu theilen, daß der erste Theil sich zum zweyten wie $m : n$, und der 2te Theil zum dritten wie $p : q$ verhält: Wie werden diese Theile ausgedrückt?

Aufl. Es sey der erste Theil x, so ist der 2te Theil $\frac{nx}{m}$ und der dritte Theil $\frac{q}{p} \cdot \frac{n}{m}x$.

Mithin $x + \frac{nx}{m} + \frac{qn}{pm}x = a$ oder $\frac{(mp+np+nq)}{mp}x = a$

folgl. $x = \frac{amp}{mp+np+nq}$ = dem ersten Theile,

also der 2te Theil $= \frac{anp}{mp+np+nq}$

und der 3te Theil $= \frac{anq}{mp+np+nq}$.

59ste Aufg. Ein Kaufmann findet nach einem getroffenen Handel, woran er 15 Procent gewonnen hatte, daß sein Vermögen auf 15571 Thlr. angewachsen ist. Was war sein Vermögen vorher?

Aufl. Es mag sein Vermögen x Thlr. gewesen seyn, so ist der Gewinn $\frac{15x}{100} = \frac{3x}{20}$ Thlr..

Mithin sein jetziges Capital $x + \frac{3x}{20} = 15571$

also $\frac{23}{20}x = 15571$

folgl. $x = 20 \cdot 677 = 13540$ Thlr.

Allgemeine Aufl. Er gewinne an dem Handel a Procent, und sein Vermögen sey dadurch auf b angewachsen. Ist nun x sein anfängliches Vermögen, so ist der Gewinn $\frac{ax}{100}$.

Mithin $x + \frac{ax}{100} = b$;

folglich $x = \frac{100 \cdot b}{100+a}$.

Man kann die Aufgabe auch so einkleiden:

60ste Aufg. Ein Gärtner will Bäume in Gestalt eines vollen Quadrats pflanzen; und findet, daß ihm 8 Bäume übrig bleiben. Aber um eine Reihe mehr, und in jede Reihe einen Baum mehr zu setzen, fehlen ihm 13 Bäume. Wie viel hat er Bäume? wie viel Reihen, und wie viel Bäume in jeder Reihe wollte er jedesmal setzen.

Arithm. Zeichnet man sich mit Puncten die angegebenen quatratförmigen Stellungen; indem man nach und nach immer eine Reihe weiter, und in jeder Reihe einen Punct (Baum) weiter setzt; so sieht man, daß die zu jeder folgenden mehr, als zu der vorhergehenden

An-

Anordnung erforderte Bäume einen Winkelhacken bilden, der aus der doppelten Anzahl der Bäume jeder Reihe der vorhergehenden Anordnung, und noch einem Baum weiter besteht. Diese Winkelhacken wachsen nemlich nach und nach wie die ungeraden Zahlen 3, 5, 7, 9, 11.... Nun macht die Anzahl der nach der ersten Anordnung übrig gebliebenen Bäume mit der Anzahl der zur Ausführung der zweyten Anordnung fehlenden Bäume zusammen einen Winkelhacken, welcher 8 + 13 = 21 Bäume enthält. Die doppelte Anzahl der Reihen der ersten Anordnung ist also 20; und die Anzahl der Reihen derselben ist die Hälfte von 20, mithin 10.

Anzahl der Reihen der ersten Anordnung 10
Anzahl der Bäume in jeder Reihe 10
Bäume in der ersten Anordnung 10 . 10 = 100
Bäume des Gärtners 100 + 8 = 108
Anzahl der Reihen in der 2ten Anordn. 11
Anzahl der Bäume in jeder Reihe 11
Bäume in der 2ten Anordnung 11 . 11 = 121
Bäume des Gärtners 121 — 13 = 108.

Algebr.	Erste Anordnung.		Zweyte Anordnung.
Ben.	Bäume in jed. Reihe x	,	$x + 1$
	Anzahl der Reihen x	,	$x + 1$
	Gepflanzte Bäume x^2	=	$x^2 + 2x + 1$
	Bäume des Gärtn. $x^2 + 8$	,	$x^2 + 2x - 12$

Bed. $x^2 + 2x - 12 = x^2 + 8$

Red. $2x - 12 = 8$ (beiderseits x^2 abgezogen.)

$2x = 20$ (beiders. 12 addirt und durch 2 divi^)

$x = 10$

Aufl.	Erste Anordnung.		Zweyte Anordnung.
$x = 10$	Bäume in jed. Reih.	$x + 1 =$	11
$x = 10$	Anzahl der Reihen	$x + 1 =$	11
$x^2 = 100$	Gepflanzte Bäume	$x^2 + 2x + 1 =$	121
$x^2 + 8 = 108$	Bäume des Gärtn.	$x^2 + 2x - 12 =$	108

Probe. 108 = 108.

61ste Aufg. Ein Platz der so lang als breit, oder dessen Figur ein Quadrat ist, soll ganz voll mit Bäumen bepflanzt werden, deren man eine gute Anzahl liegen hat.

Man findet aber, daß, nachdem gepflanzt worden, würden 60 Stück Bäume übrig bleiben, um sie nun alle anzubringen, vermehrt man die Seite des Quadrats um Eins; alsdann fehlen noch 41 Bäume, um dies bewerkstelligen zu können.

Wie viel Bäume hat man gehabt, und wie viel Bäume sind auf einer Seite des Quadrats gepflanzt worden?

Die Zahl der Bäume auf einer Seite des Quadrats, die man zuerst setzte, sey $= x$, so wird die Anzahl aller unserer Bäume ausgedrückt durch $x^2 + 60$. Das zweytemal wollte man in jeder Reihe $x + 1$ Stück pflanzen, da würde man also $(x + 1) = x^2 + 2x + 1$ Bäume nöthig gehabt haben, es fehlten uns aber an dieser Zahl noch 41, also haben wir folgende Gleichung:

$x^2 + 60 = x^2 + 2x + 1 - 41$ x^2 subtrah.

bleibt $60 = 2x - 40$ 40 addirt.

bleibt $100 = 2x$ mit 2 dividirt.

Folgl. das 1stemal
hatten wir $50 = x$ Bäume gepflanzt,
und das 2temal 51 Bäume.

Die Anzahl der Bäume $= x^2 + 60 = 2560$.

Dem ersten Ansehn nach schien diese Aufgabe zu denen vom 2ten Grade zu gehören.

62ste Aufg. Ein Mann hat 6 Söhne, von welchen jeder um 4 Jahr älter ist, als sein ihm nächst vorhergehender Bruder; der älteste ist 3mal so alt als sein jüngster Bruder. Wie alt ist ein Jeder?

Des

Des jüngsten Alter sey x Jahr
so ist des zweyten Alter $x + 4$ Jahr
— des dritten — $x + 8$ Jahr
— des vierten — $x + 12$ Jahr
— des fünften — $x + 16$ Jahr
— des sechsten — $x + 20$ Jahr

Aber nach der Voraussetzung muß
$3x = x + 20$ Jahr seyn x subtrah.

bleibt $2x = 20$ mit 2 divid.

Alter des jüngsten $= x = 10$ Jahr
— des zweyten $= 14$ Jahr
— des dritten $= 18$ Jahr
— des vierten $= 22$ Jahr
— des fünften $= 26$ Jahr
— des sechsten $= 30$ Jahr

Arithm. Aufl. Nach der ersten Angabe muß der Aelt. um 20 Jahr älter als der Jgste seyn. Nach der 2ten Ang. ist der Aelt. aber auch 3mal so alt als der Jüngste. Daher muß das 2fache Alter des Jgsten grade 20 Jahr ausmachen, folgl. der Jgste 10 Jahr und der Aelt. 30 J alt seyn.

63ste Aufg. Ein Vater, der wegen des Alters seiner zwey Kinder gefragt wurde, antwortete: daß sie Beyde zusammen 21 Jahr alt wären, und daß das 3fache Alter des Aeltesten gleich dem 4fachen Alter des Jüngsten wäre. Wie alt ist ein jedes?

Des Jüngsten Alter sey $= x$
Das Alter des Aeltesten also $= 21 - x$
Der Aufg. gem. muß $4x = 3\ (21 - x)$ seyn
oder $4x = 63 - 3x$ $3x$ addirt.

kömmt $7x = 63$ mit 7 divid.

Alter des Jüngsten $x = 9$ Jahr
— des Aeltesten $= 12$ Jahr addirt.

21 Jahr Beyde zusammen.

64ste Aufg. Ein Capital x ist zu a Procent jährliche Zinsen auf ein Jahr ausgeliehen worden. Nach Verlauf dieses Jahres erhält man an Capital und Zinsen b zurück. Wie viel betrug das Capital?

Aufl. $x = \frac{100 \cdot b}{100 + a}$

Es sey $a = 4\frac{1}{2}$.

$b = 13167$ Thlr.;

so ist $x = \frac{1316700 \cdot 2}{20} = 6300 \cdot 2 = 12600$ Thlr.

65ste Aufg. Der Ertrag eines Guts ist, wegen verbesserter Oekonomie, in diesem Jahre um 8 Procent größer gewesen, als im vorigen. Wenn nun der diesjährige Ertrag 1890 Thlr. ist: wie viel war der vorjährige?

Aufl. Hier ist $a = 8$

$b = 1890$ Thlr.

folgl. $x = \frac{189000}{180} = 1750$ Thlr.

66ste Aufg. Das Pfund einer gewissen Waare wird für 18 Gr. verkauft. Wenn nun daraus für den Verkäufer ein Gewinn von $12\frac{1}{2}$ Proc. erwächst: wie viel muß der Centner dieser Waare gekostet haben?

Aufl. 1 Centner = 110 lb. kosten $\frac{33}{4}$ Thlr.

Mithin ist hier $a = 12\frac{1}{2}$;

$b = \frac{33}{4}$ Thlr.

folgl. $x = \frac{\frac{33000}{4}}{112\frac{1}{2}} = \frac{3300}{45} = \frac{220}{3} = 73\frac{1}{3}$ Thlr.

Anmerk. Aus $x = \frac{100\,b}{100 + a}$ folgt $(100 + a) : 100 = b : x$ und diese Proportion erhält man auch durch ein arithmetisches Raisonnement.

67ste Aufg. Wenn ich $\frac{n}{m}$ so viel Geld hätte, als ich habe, so hätte ich so viel über a Thlr. als ich habe. Wie viel Thlr. habe ich?

Aufl.

Aufl. Das was ich habe sey x, so geben die Bedingungen folgende Gleichung

$$\frac{n}{m}x = x + a$$

$$\frac{n-m}{m} \cdot x = a$$

folgl. $x = \frac{m \cdot a}{n-m}$

Es sey $n = 7$
$m = 2$
und $a = 375$

so ist $x = 150$.

86ste Aufg. Wie groß ist das Capital x das mit den n jährigen einfachen Zinsen, die jährlichen Zinsen zu a Procent gerechnet, b beträgt?

Aufl. Die einjährigen Zinsen betrügen $\frac{ax}{100}$,

mithin betragen die n jährigen Zinsen $\frac{nax}{100}$.

Nach n Jahren ist daher $x + \frac{nax}{100} = b$;

folglich $x = \frac{100 \cdot b}{100 + na}$

Es sey $a = 4$ und $n = 5$,

$b = 8208$;

folgl. $x = \frac{820800}{120} = 6840$ Thlr.

Auch hier ist $(100 + na) : 100 = b : x$, welches man auch durch ein arithmetisches Raisonnement gefunden hätte.

69ste Aufg. Nach gelieferter Bataille wurde ein Kapitain gefragt: wie viel er Soldaten behalten hätte? Er soll geantwortet haben: 3mal so viel als er verlohren hätte: wie er weiter gefragt wurde, wie viel er denn verlohren hätte? ertheilte er zur Antwort: die Zahl der Getödteten mit dem 6ten Theil derjenigen Zahl multiplicirt, so ihm übrig ge-

blieben sind, ist gleich der ganzen Mannschaft, die er hatte, ehe die Bataille geliefert wurde. Wieviel hat er behalten? wieviel sind getödtet, und wieviel hat er gehabt, ehe die Bataille geliefert wurde?

Die Zahl der getödteten Soldaten sollen x seyn
so hat er behalten = $3x$ Soldaten.
addirt

Sämmtliche Mannschaft so er hatte, ehe
die Bataille geliefert wurde = $4x$

Der zweyte Theil der Aufgabe wird in Zeichen so ausgedrückt

$x \cdot \frac{3}{8}x$ oder $\frac{x}{2}^2 = 4x$ mit 2 multipl.

giebt $x^2 = 8x$ mit x divid.

Die Zahl der Getödt. $= x = 8$
die er behalten $= 24$ addirt

Sämmtliche Soldaten
so er vor der Bataille
gehabt hat = 32

Diese Aufgabe schien anfänglich zum 2ten Grade zu gehören.

Arith. Aufl. Aus dem ersten Theil der Aufgabe gehet hervor: daß $\frac{1}{4}$ der Mannschaft verlohren wurde und $\frac{3}{4}$ übrig geblieben sind, von diesen $\frac{3}{4}$ nun soll der 6te Theil oder $\frac{1}{8}$ von der Anzahl der Soldaten mit $\frac{1}{4}$ von der Anzahl der Mannschaft multiplicirt ein Product geben, welches der ganzen Mannschaft gleich ist, d. h. es muß $\frac{1}{32}$ der Mannschaft gleich 1 seyn, folglich die Mannschaft aus 32 Soldaten bestanden haben.

Die Auflösung die Herr Sachs in seiner obengenannten kleinen Schrift giebt, ist nicht verständlich. Noch muß ich gestehen, daß hier die algebraische Auflösung in Betracht der Deutlichkeit den Vorzug verdient.

70ste Aufg. Ein Vater sagte: mein ältester Sohn ward gebohren, da ich 30 Jahr, mein jüngster da ich 34 Jahr alt war; jetzt beträgt mein Alter und das Alter meiner beyden Söhne zusammengenommen 146 Jahr. Wie alt war der Vater und wie alt jeder Sohn?

Der jüngste Sohn sey jetzt x Jahr alt
so hat der älteste = $x + 4$ Jahr
und der Vater = $x + 34$ Jahr addirt

giebt $3x + 38$ Jahr, als das Alter aller drey zusammengenommen, es muß also

$3x + 38 = 146$ seyn 38 subtrah.

bleibt $3x = 108$ mit 3 divid.

folgl. $x = 36$ Jahr gleich dem Alter des jüngsten.

Mithin das Alter des ältesten = 40 Jahr
und das Alter des Vaters = 70 Jahr

Summa 146 Jahr.

Arithm. Aufl. Der Vater und der älteste Sohn sind zusammen 38 Jahr älter, als der jüngste, es muß also $146 - 38 = 108$ das 3fache Alter des Jüngsten seyn, folgl. das Alter des Jüngsten gleich dem $\frac{108}{3} = 36$ Jahr.

71ste Aufg. Eine Wittwe soll sich mit ihren 2 Söhnen und 3 Töchtern in eine Summa von 11000 Thlr. dergestalt theilen, daß ein Sohn 2mal soviel bekömmt als eine Tochter, und sie selbst so viel als beyde Söhne. Wie viel bekömmt ein jedes?

Eine Tochter erhalte = x Thlr.
so erhalten 3 Töchter = $3x$ Thlr.
Ein Sohn wird hernach erhalten $2x$ Thlr.
mithin beyde Söhne = $4x$ Thlr.
die Wittwe erhält also auch = $4x$ Thlr.

Summa $11x$

Die-

Diese Summe von 11x muß also den Bedingungen der Aufgabe gemäß, gleich der ganzen Summe von 11000 Thlr seyn, mithin haben wir folgende Gleichung.

11 . x = 11000 mit 11 divid.

folglich x = 1000 Thlr. so viel hat jede Tochter erhalten.

Probe. Jede Tochter erhält 1000 Thlr. also alle drey = 3000 Thlr.
jeder Sohn wird also 2000 Thlr.
und beyde = 4000 Thlr.
endlich die Wittwe = 4000 Thlr.

Summa 11000 Thlr.

72ste Aufg. Cajus hinterließ ein Testament, in welchem er folgendes verordnet hatte. Meine Frau soll die Hälfte meines Vermögens haben; mein Bruder grade so viel, als der 3te Theil des ganzen Vermögens beträgt, und was übrig bleibt, soll der Kirche zufallen. Das, was der Kirche zufiel, betrug grade 600 Thlr. Wie groß war das ganze Vermögen?

Das ganze Vermögen beträgt x Thlr.
hiervon hat also die Frau erhalten $\frac{x}{2}$ Thlr.
sein Bruder erhielt hernach also $\frac{x}{3}$ Thlr.
die Kirche = 600 Thlr. add.

Summa $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 600$ Thlr.

Diese Summe muß dem ganzen nachgelassenen Vermögen gleich seyn

also $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 600 = x$

oder $\frac{5}{6} x + 600 = x$ ($\frac{5}{6}x$ subtrah.

bleibt $600 = \frac{1}{6} x$ mit 6 multipl.

folgl. $3600 = x =$ dem ganzen Vermögen.

73ste

73ste Aufg. Ein Vater hinterläßt 4 Söhne, welche sein hinterlassenes Vermögen folgendergestalt unter sich theilen, der erste nimmt 3000 Thlr. weniger als die Hälfte des Ganzen; der zweyte nimmt 1000 Thlr. weniger als $\frac{1}{3}$ des Ganzen; der dritte nimmt genau den vierten Theil des Ganzen; der vierte nimmt 600 Thlr. und den fünften Theil der ganzen Erbschaft. Wie groß war die Erbschaft und wie viel hat ein jeder bekommen?

Das ganze Vermögen sey x Thlr. gewesen.
Hiervon nimmt der erste $\frac{x}{2} - 3000$ Thlr.
der zweyte $= \frac{x}{3} - 1000$ Thlr.
der dritte $= \frac{x}{4}$
der vierte $= \frac{x}{5} + 600$ Thlr.

Summa aller 4 Theile $= \frac{77}{60}x - 3400$ Thlr.

Alle 4 Söhne zusammen erhielten aber x Thlr.
mithin muß $\frac{77}{60}x - 3400 = x$ seyn | 3400 subtrah.

bleibt $\frac{77}{60}x = x + 3400$ | x subtrah.

bleibt $\frac{17}{60}x = 3400$ | $\frac{17}{60}$ divid.

folglich $x = 12000$ Thlr. gleich der ganzen Erbschaft.

Arithm. Aufl. Wenn der erste $\frac{1}{2}$, der 2te $\frac{1}{3}$, der 3te $\frac{1}{4}$ und der 4te $\frac{1}{5}$ des Vermögens bekommen sollte, so hätten alle 4 zusammen $\frac{77}{60}$ des Vermögens bekommen müssen, also $\frac{17}{60}$ des Vermögens überdem vorhandenen Vermögen. Dieser Ueberschuß ist aber zu (4800 + 1000 — 600) $=$ 3400 Thlr. angegeben. Wenn also 3400 Thlr. gleich $\frac{17}{60}$ des Vermögens ist, so $\frac{1}{60}$ des Vermögens 200 Thlr. und das ganze Vermögen 12000 Thlr. gewesen seyn.

Wir haben also das ganze Vermögen gleich 12000 Thlr. gefunden.

Hier-

Hiervon erhielt der erste — 3000 Thlr.
= der zweyte — 3000 =
= der dritte — 3000 =
= der vierte — 3000 = addirt.

Summa 12000 Thlr.

Wir sehen, daß bey der Vertheilung jeder gleichviel erhalten hat; wenn uns dieses gleich beym Anfange der Aufgabe bekannt gewesen wäre, so hätten wir x leichter finden können, nemlich so:

Der Theil des ersten ist gleich $\frac{x}{2}$ — 3000 Thlr.
Der Theil des dritten gleich $\frac{x}{4}$ Thlr.
mithin muste $\frac{x}{2}$ — 3000 = $\frac{x}{4}$ seyn 3000 addirt.

bleibt $\frac{x}{2} = \frac{x}{4} + 3000$ $\frac{x}{4}$ subtrah.

bleibt $\frac{x}{4} = 3000$ mit 4 multipl.

folglich $x = 12000$ Thlr. wie vorhin.

Arithm. Aufl. Da die Hälfte des Vermögens, $\frac{1}{4}$ des Vermögens grade um 3000 Thlr. übertrifft, so muß 3000 Thlr. gleich $\frac{1}{4}$ des Vermögens seyn, folglich das Vermögen selbst gleich 12000 Thlr.

74ste Aufg. Die Glocke hat x geschlagen, rief ein Nachtwächter aus. Wie viel hats geschlagen? fragte ein Schwärmer; und jener erwiederte: die Hälfte, das Drittheil und das Viertel der Stunde ist um eins größer, als ihre Anzahl. Welches war die Anzahl der Stunden?

Die Hälfte der Stunde wäre $\frac{x}{2}$
Das Drittel = $\frac{x}{3}$
Das Viertel = $\frac{x}{4}$

Summa $\frac{13x}{12}$

Diese Summe soll aber um eins größer, als ihre Anzahl seyn,

mit

mithin ist $\frac{1}{12}\frac{3}{2}x = x + 1$ mit 12 multipl.

kömmt $13x = 12x + 12$ 12x subtrah.

folgl. $x = 12$ dieses war die Anzahl der Stunden.

Probe. $\frac{x}{2} = 6$
$\frac{x}{3} = 4$
$\frac{x}{4} = 3$ addirt

13 also um eins größer, als 12.

75ste Aufg. Laut eines Testaments, soll A in Semisse, B in Triente, C in Quadrante erben; das Vermögen ist 16800 Thlr., wie viel muß ein jeder erhalten.

Aufl. Von dem hinterlassenen Vermögen, jeden denjenigen Theil zu geben, der das Testament bestimmt, geht nicht an. Doch würde des Testators Wille wohl am richtigsten befolget, wenn sie in der ihnen zugedachten Proportion erbten. Man suche also eine Größe x deren Hälfte, Drittel und Viertel 16800 ausmacht.

Es ist also $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = \frac{1}{1}\frac{3}{2}x = 16800$ Thlr.

Mithin $x = 15507\frac{9}{13}$

Also bekömmt A $7753\frac{11}{13}$ Thlr.
= = B $5169\frac{3}{13}$ =
= = C $3876\frac{12}{13}$ =

Summa 16800 Thlr.

S. Polocks Math. for. 2te Ausg. S. 27.

76ste Aufg. Einer hat etliche Arbeiter, wenn er jeglichem 9 Gr. giebt, so behält er 32 Gr. übrig; giebt er aber jedem 11 Gr. so fehlen ihm 32 Gr; Wie viel sind der Arbeiter?

Aufl. Die Anzahl der Arbeiter sey x, der Aufgabe gemäß muß nun

1) $9x + 32 =$ seinem Gelde seyn.
2) $11x - 32 =$ ebenfalls gleich seinem Gelde.

Daher $9x + 32 = 11x - 32$

$64 = 2x$

folg. $32 = x$

2te Aufl. No. 1 und 2 addirt giebt

$20x =$ 2mal seinem Gelde,

also $10x =$ seinem Gelde,

daher ist $10x = 9x + 32$

folgl. $x = 32$.

3te Aufl. No. 1 und 2 subtrah. giebt

$2x - 64 = 0$

$x - 32 = 0$

folgl. $x = 32$

Allgemeine Auflösung. Wenn er jeden a Groschen giebt so bleiben ihm übrig c Groschen, giebt er aber jedem b Groschen, so fehlen ihm c Gr. Wenn nun die Anzahl der Arbeiter gleich x ist,

so muß $ax + c =$ seinem Gelde

$bx - c =$ seinem Gelde

---

also $(a-b)x - 2c = 0$

folgl. $x = \frac{2c}{a-b}$

77ste Aufg. Eine Mühle hat drey Mahlgänge von verschiedener Größe. In einer Stunde wurden auf dem ersten 3 Scheffel, auf dem zweyten 2 Scheffel, und auf dem dritten nur $1\frac{1}{2}$ Scheffel abgemahlen. In wie viel Stunden kann die ganze Mühle 13 Wispel abmahlen?

Antwort in x Stunden.

Da

Da nun auf dem ersten Gang alle Stunden 3 Scheffel gemahlen werden, so werden in x Stunden abgemahlen = $3x$ Scheffel
auf dem zweyten Gang $2x$ Scheffel
auf dem dritten Gang $x + \frac{1}{2}x$ Scheffel

Summa $6x + \frac{1}{2}x$ Scheffel.

So viel Scheffel wären also in x Stunden auf alle 3 Gänge abgemahlen; in x Stunden sollen aber 13 Wispel = 13 . 24 Scheffel abgemahlen seyn, also muß

$6x + \frac{1}{2}x = 13 . 24$ seyn

oder $\frac{13}{2}x = 13 . 24$ mit $\frac{13}{2}$ divid.

folgl. $x = \frac{2 . 13 . 24}{13} = 48$ Stunden.

Probe. Auf dem ersten Gang werden in 48 Stunden
gemahlen = = 3 . 48 Scheffel
auf dem zweyten 2 . 48 Scheffel
auf dem dritten $\frac{3}{2}$. 48 Scheffel
also auf alle 3 Gänge in 48 Stunden $(3 + 2 + \frac{2}{3}) . \frac{48}{2}$
= 13 Wispel.

78ste Aufg. Zwey Bombardiere werfen aus einer Batterie verschiedene Bomben. Der erste hat schon 36 Würfe gemacht, ehe der zweyte zu werfen anfängt, und macht in eben der Zeit 8 Würfe, worin der zweyte deren 7 macht; hingegen braucht der zweyte zu 3 Würfen so viel Pulver als der erste zu 4. Wie viel Würfe wird der zweyte machen müssen, bis er so viel Pulver verbraucht hat als der erste?

Aufl. Der 2te mache x Würfe, so macht der erste binnen eben der Zeit $\frac{8}{7}x$ Würfe.

Der erste hat also überhaupt $(\frac{8}{7}x + 36)$

Das

Das von einem jedem verbrauchte Pulver soll sich nun nach der Angabe verhalten, wie

$$3 : 4 = x : \tfrac{8}{7}x + 36$$
$$3 : 1 = x : \tfrac{2}{7}x + 9$$
$$x = \tfrac{6}{7}x + 27$$
$$\tfrac{x}{7} = 27$$
$$x = 27 \cdot 7 = 189 \text{ Würfe des 2ten.}$$

79ste Aufg. An einen Bau haben täglich gearbeitet 1 Meister, 3 Gesellen, 2 Lehrbursche und 4 Handlanger. Der Meister bekam täglich 16 Gr., ein Geselle 12 Gr. ein Lehrbursche 8 Gr. und ein Handlanger 6 Gr. Das ganze Arbeitslohn betrug 92 Thlr. Wie lange hat der Bau gedauert?

Wir setzen, der Bau habe x Tage gedauert, so erhält

der Meister in x Tagen		$\tfrac{2}{3}x$ Thlr.
die 3 Gesellen	$= 3 \cdot \tfrac{1}{2}x$	=
die 2 Lehrburschen	$= 2 \cdot \tfrac{1}{3}x$	=
und die 4 Handlanger	$4 \cdot \tfrac{1}{4}x = x$	= addirt
Summa	$2\tfrac{3}{6}x$	Thlr.

so viel haben sie alle zusammen erhalten. Dieses war aber in der Aufgabe zu 92 Thlr. angegeben; mithin ist

$$\tfrac{23}{6} \cdot x = 92 \text{ Thlr.} \quad \text{mit } \tfrac{23}{6} \text{ divid.}$$

$$\text{folgl. } x = \tfrac{6}{23} \cdot 92 = 6 \cdot 4 = 24 \text{ Tage.}$$

Probe. Der Meister erhält in 24 Tagen — 16 Thlr.
die 3 Gesellen = — 36 =
die 2 Lehrbursche = — 16 =
und die 4 Handlanger = — 24 =
Summa 92 Thlr.

80ste Aufg. Ein Maurer nebst 18 Gesellen und 7 Handlanger haben 47 Thlr. erhalten, der Meister bekommt 9 Gr., der Geselle 8 Gr. und der Handlanger 5 Gr. Tagelohn. Wie viel Tage haben sie gearbeitet?

Ant-

Antwort x Tage.

Und in x Tagen erhält der Meister 9x Gr.
die 18 Gesellen erhalten in x Tagen 18 . 8x =
die 7 Handlanger = = 7 . 5x addirt

also haben sie zusammen erhalten 188x Gr.

Die Aufgabe selbst meldet uns, daß sie 47 Thlr. erhalten haben, mithin $188x = 47 \cdot 24$

oder $4 \cdot 47x = 47 \cdot 24$ mit 4 . 47 divid.

folg. $x = 6$ Tage.

Probe. In 6 Tagen erhält der Meister 2 Thlr. 6 Gr.
die 18 Gesellen = 36 = —
und die 7 Handlanger 8 = 18 Gr.

Summa 47 Thlr.

81ste Aufg. Ein Wasserbehälter kann durch drey Röhren gefüllt werden; durch die erste Röhre kann es in der Zeit a, die Zeit welche die 2te dazu braucht = b, und die Zeit, welche die 3te dazu braucht = c: Welcher Ausdruck giebt die Zeit, worinn die drey Röhren den Wasserbehälter füllen?

Aufl. Es geschehe die in x Stunden. $\frac{abc}{\quad}$

In dieser Zeit giebt die erste Röhre an Wasser	$\frac{x}{a}$	bc . x
= = 2te =	$\frac{x}{b}$	ac . x
= = 3te =	$\frac{x}{c}$	ab . x

Alle 3 zusammen geben $\frac{bc + ac + ab}{abc} \cdot x$

Wenn wir den Inhalt des Wasserbehälters gleich 1 setzen, so haben wir $\frac{bc + ac + ab}{abc} x = 1$

folgl. $x = \frac{abc}{ab + ac + bc}$.

1tes

1tes Beispiel. Es sey a = 1 Stunde 20 Minuten,
b = $3\frac{1}{3}$ Stunde,
c = 5 Stunden,
so ist x = 48 Minuten.

2tes Beispiel. An einem vollen Weinfasse befinden sich drei Spundlöcher von verschiedener Größe; durch das erste könnte der Wein in 2, durch das 2te in 3, und durch das 3te in 4 Stunden abgezapft werden. Wie viel Zeit wird zur Abzapfung erfordet, wenn alle drei Spundlöcher zugleich geöffnet werden?

Aufl. Hier ist a = 2, b = 3, c = 4 Stunden
also $x = 55\frac{5}{13}$ Minuten.

82ste Aufg. Welcher Ausdruck giebt die Zeit, worinn vier Röhren den Wasserbehälter füllen, wenn sie es einzeln in den Zeiten a, b, c, d thun?

Aufl. Ein Verfahren wie bey der vorhergehenden Aufgabe giebt.

$$x = \frac{abcd}{abc + abd + acd + bcd}$$

Eben so würde man für 5 Röhren, wenn die Zeiten a, b, c, d und e sind

$$x = \frac{abcde}{abcd + abce + abde + acde + bcde}$$

In der Combinations-Lehre werde ich beweisen, daß für n Röhren x gleich einem Bruche ist, dessen Zähler ein Product aus allen gegebenen Zeiten und dessen Nenner eine Summe von Producten ist, die durch die Combination dieser Zeiten zu (n — 1) ohne Wiederholung, d. h. ohne daß ein Factor mehr als einmal in dasselbe Product vorkommt, gemacht werden kann.

83ste Aufg. Man findet den Brief eines feindlichen Officiers, worinnen er schreibt: die Hälfte meines Commando ist gefangen, der 4te Theil auf dem Platze geblieben, und der 7te Theil hart verwundet; folglich habe ich nur 3 Mann bey mir. Wie groß ist sein Commando gewesen?

Wir wollen annehmen, daß das Commando
x Mann gewesen sey,
so ist die Zahl der Gefangenen = $\frac{x}{2}$
die Zahl der auf dem Platz gebliebenen = $\frac{x}{4}$
und die Zahl der Verwundeten = $\frac{x}{7}$
die er noch bey sich hat, waren = 3 Mann addirt

Sämmtliche Mannschaft = $\frac{25}{28}x$ + 3 Mann.

Nun muß also $\frac{25}{28}x + 3 = x$ seyn $\frac{25}{28}x$ subtr.

bleibt $3 = \frac{3}{28}x$ mit $\frac{3}{28}$ divid.

folgl. $28 = x$

Probe. $\frac{28}{2} + \frac{28}{4} + \frac{28}{7} = 25$ Mann und also
$28 - 25 = 3$ Mann.

Arithm. Aufl. Von der ganzen Mannschaft blieben ihm $\frac{3}{28}$ und diese machen 3 Mann, daher $\frac{1}{28}$ der Mannschaft gleich 1 Mann, folgl. die ganze Mannschaft = 28 Mann.

Man kann auch so schliessen: die Gefangenen und die Getödeten betragen zusammen $\frac{3}{4}$ der Mannschaft, es blieb ihm also nur noch $\frac{1}{4}$ der Mannschaft. Diese $\frac{1}{4}$ der Mannschaft muß also $\frac{1}{7}$ der Mannschaft um 3 Mann übertreffen, d. h. es muß $\frac{1}{4} - \frac{1}{7} = \frac{3}{28}$ der Mannschaft grade 3 Mann ausmachen.

84ste Aufg. Nachdem jemand den 3ten und 5ten Theil seines mitgebrachten Geldes in einer Wette verloren und ausgezahlet hatte, blieben ihm noch 35 Thlr. übrig. Wie viel Geld hat er bey sich gehabt?

Ich

Ich behaupte, er habe x Thlr. bey sich gehabt.
Er hat überhaupt in der Wette verlohren

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = \frac{5x+3x}{15} = \frac{8}{15}x \text{ Thlr.}$$

addire ich nun zu diesen verlohrnen noch die 35 Thlr. die er noch übrig hat, so macht dies zusammen das Geld was er bey sich gehabt hat, und wir erhalten alsdann folgende Gleichung,

$\frac{8}{15}x + 35 = x$ — $\frac{8}{15}x$ subtrah.

bleibt $35 = \frac{7}{15}x$. — mit $\frac{7}{15}$ divid.

folgl. $\frac{35}{7} \cdot \frac{15}{} = 5 \cdot 15 = 75 = x$ Thlr.

Probe. $\frac{75}{3} + \frac{75}{5} = 25 + 15 = 40$ Thlr.
und $75 - 40 = 35$ Thlr.

85ste Aufg. Ein anderer hatte mit 3 Personen gewettet, mit dem ersten um $\frac{1}{3}$, mit dem zweyten um $\frac{1}{4}$ und mit dem dritten um $\frac{1}{8}$, von allem Gelde was er bey sich hatte. Nachdem er die beyden ersten Wetten verlohren und die dritte gewonnen, hatte er überhaupt 11 Gr. verlohren. Wie viel Geld hat er bey sich gehabt?

Wir wollen das Geld, welches er bey sich gehabt hat, mit x bezeichnen,

an den ersten verlohren $\frac{x}{3}$ Thlr.
an den zweyten = = $\frac{x}{4}$ = — addirt
An beyde zusammen = $\frac{7}{12}\frac{x}{2}$ =
von dem dritten gewonnen $\frac{x}{8}$ = subtrah.

also überhaupt nur verlohren $\frac{11}{24}x$ Thlr.
es muß daher $\frac{11}{24}x = 11$ seyn — mit $\frac{11}{24}$ divid.

folg. $x = 24$ Gr. $= 1$ Thlr.

Probe. $\frac{24}{3} + \frac{24}{4} = 14$ Gr. so viel an die beyden ersten verlohren; $\frac{24}{8} = 3$ Gr. gewonnen, also überhaupt $14 - 3 = 11$ Gr. verlohren.

86ste

86ste Aufg. Alexander sprach zu seinen Generalen: ich bin 2 Jahr älter, als Ephestion. Clytus sagte: ich bin 4 Jahr älter als ihr beyde. Calisthenes setzte hinzu: mein Vater ist 96 Jahr alt und folglich so alt, wie ihr alle zusammen. Wie alt war ein jeder?

Wüßten wir das Alter des Ephestion, so würden wir leicht finden, wie alt ein jeder von den andern wäre, wir wollen, da es uns unbekannt ist, es x Jahr nennen, mithin

das Alter des Alexander $= x + 2$ Jahr
beyder Alter zusammen $= 2x + 2$ "
hierzu $= 4$ " addirt
Also das Alter des Clytus $= 2x + 6$ Jahr.

Das Alter des Ephestion + des Alexander + des Clytus gleich $(x) + (x + 2) + (2x + 6) = 4x + 8$ Jahr. Calisthenes sein Vater war 96 Jahr, oder so alt als alle drey zusammengenommen, mithin $4x + 8 = 96$ 8 subtrah.

$4x = 88$

folgl. $x = 22$ Jahr.

Probe. Ephestion 22 Jahr
Alexander 24 "
Clytus 50 " addirt
96 Jahr das von Calisthenes Vater.

87ste Aufg. Es giebt jemand ein Capital von 5500 Thlr. zu 4 Procent auf Zinsen, und $4\frac{1}{2}$ Jahr nachher ein anders Capital von 8000 Thlr. zu 5 Procent. Wenn er nun diese zwey Capitalien fortwährend auf Zinsen stehen läßt: in wie vielen Jahren wird er von beyden gleichviel an Zinsen gezogen haben?

Aufl. Wenn in x Jahren beyde Capitalien gleichviel Zinsen gebracht haben sollen, so steht das erste Capital $(x + 4\frac{1}{2})$ Jahr auf Zinsen aus.

In x Jahren gaben 8000 Thlr. zu 5 Procent
$\frac{5}{100} \cdot 8000 \cdot x = 400x$ Thlr. Zinsen.
In $(x + \frac{9}{2})$ Jahren gaben 5500 Thlr. zu 4 Procent.
$\frac{4}{100} \cdot 1500 \cdot (x + \frac{9}{2}) = 220\,(x + \frac{9}{2})$
$= (220x + 990)$ Thlr. Zinsen.

Demnach $400x = 220x + 990$
$180x = 990$

folgl. $x = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$ Jahr.
so lange müßte das 2te Capital ausstehen,
mithin das erste $x + 4\frac{1}{2} = 10$ Jahr lang.

88ste Aufg. Ein Mann verleihet ein Capital von 500 Thlr. zu 4 Procent. Nach $3\frac{1}{2}$ Jahren verleihet er ein anderes Capital von 480 Thlr. zu 5 Procent. Die Zinsen von beiden Capitalien laufen mit einander fort. Nach wie viel Jahren haben beide Capitale gleichviel Zinsen eingebracht?

Aufl. 500 bringen jährl. zu 4 Procent 20 Thlr. Zinsen.
500 bringen also in $3\frac{1}{2}$ Jahren 70 Thlr. Zinsen.
480 bringen jährlich zu 5 Procent 24 Thlr. Zinsen.

Wenn nun in x Jahren beide Capitalien gleichviel Zinsen eingebracht haben sollen;
so sind $20x + 70 = 24x$
folgl. $x = 17\frac{1}{2}$ Jahr.

Arithm Aufl. Da das Capital von 480 Thlr. zu 5 Procent jährlich 4 Thlr. mehr als das Capital von 500 Thlr. zu 4 Procent einbringt, so müssen die in den $3\frac{1}{2}$ Jahre aufgesammelte Zinsen von 70 Thlr. durch diesen jährlichen Ueberschuß eingebracht werden, dazu also $\frac{70}{4} = 17\frac{1}{2}$ Jahr nöthig sind.

89ste

89ste Aufg. Man verleihet zu gleicher Zeit zwey Capitalien, eins von 500 Thlr. zu 4 Procent, das andere von 600 Thlr. zu 5 Procent. In wie viel Jahren werden beyde Capitale zusammen 125 Thlr. Zinsen gebracht haben?

Auflösung.

Das 1ste Capit. bringt jährl. 20 Thlr. } beyde bringen also
Das 2te " " 30 Thlr. } jährl. 50 Thlr. ein.

In x Jahren sollen 125 Thlr. Zinsen einkommen.
Daher $50x = 125$
folgl. $x = 2\frac{1}{2}$ Jahr.

90ste Aufg. Ein Mann schreibt täglich fünf Bogen. Nachdem er schon zehn Tage gearbeitet hat, fängt ein anderer, der täglich sieben Bogen schreibt, zu arbeiten an. Wie viel Bogen hat ein jeder geschrieben, wenn beyder Arbeit gleich ist?

Aufl. Der erste schreibt in $(x + 10)$ Tagen $(5x + 50)$ Bogen.
Der 2te schreibt in x Tagen $7x$ Bogen.

Daher $7x = 5x + 50$
folgl. $x = 25$ Tagen.

Der erste hat also $5x + 50 = 175$
und der 2te $7x = 175$ Bogen geschrieben.

Arithm. Aufl. Da der 2te täglich 2 Bogen mehr schreibt, so bringt er die 50 Bogen, die der erste voraus hat, in $\frac{50}{2} = 25$ Tagen ein, und in dieser Zeit schreibt er $7 \cdot 25 = 175$ Bogen, und so viel schreibt auch in 35 Tagen der erste.

91ste Aufg. Der Fuß einer Säule ist $5\frac{1}{2}$ Fuß hoch, das darauf stehende Holzwerk beträgt die Hälfte der ganzen Säule; über dem Holze liegt Kupfer, dessen Höhe $\frac{1}{7}$, und darüber eine Vergoldung, dessen

sen Höhe $\frac{1}{7}$ der ganzen Säule ausmachte. Wie hoch war die Säule?

Die Säule sey hoch gewesen x Fuß
nun war der Fuß der Säule $5\frac{1}{2}$ =
das darüber stehende Holzwerk $\frac{x}{2}$,
das hierüber liegende Kupfer $\frac{x}{5}$ =
und die Vergoldung über den Kupfer $\frac{x}{7}$, addirt.

Höhe der ganz. Säule $= x = \frac{59}{70}x + 5\frac{1}{2}$ Fuß $\frac{59}{70}x$ subtr.

bleibt $\frac{11x}{70} = \frac{11}{2}$ mit $\frac{11}{70}$ divid.

folgl. $x = \frac{70}{11} \cdot \frac{11}{2} = 35$ Fuß.

Probe. Der Fuß der Säule $5\frac{1}{2}$ Fuß
das Holzwerk $17\frac{1}{2}$ =
das Kupfer 7 ,
die Vergoldung 5 = addirt.

35 Fuß Höhe d. ganz. Säule.

92ste Aufg. Ein Vater hinterläßt seinen 11 Kindern 3600 Thlr. mit der Verordnung, daß eine jede Tochter 360 Thlr. ein jeder Sohn 300 Thlr. erhalten soll. Bey der Theilung ging das Vermögen grade auf. Wie viel Söhne und wie viel Töchter waren da?

Wenn wir die Anzahl der Töchter mit x bezeichnen, so haben wir $11 - x$ Söhne. Da nun jede Tochter 360 Thlr. erhält, so erhalten x Töchter $360x$ Thlr. und da jeder Sohn 300 Thlr. erhält, so erhalten $(11 - x)$ Söhne, $300(11 - x)$ Thlr. Töchter und Söhne erhalten also zus.

$$360x + 300(11 - x) = 60x + 3300 \text{ Thlr.}$$

und wir haben folgende Gleichung

$6x + 3300 = 3600$ 3300 subtrah.

bleibt $60x = 300$ mit 60 divid.

folgl. $x = 5$ Töchter,
mithin $11 - 5 = 6$ Söhne.

Arithm Aufl. Wären es 11 Töchter gewesen, so hätte das Vermögen um 360 Thlr. größer seyn müssen, daß aber diese Vermehrung nicht nöthig ist, muß daher kommen, daß nicht lauter Töchter, sondern Söhne da sind, die jeder 60 Thlr. weniger bekommen, daher es $\frac{360}{60} = 6$ Söhne gewesen seyn müssen. Auch hätte man so schliessen können: Wären es 11 Söhne gewesen, so würden von der vorhandenen Erbschaft 300 Thlr. übrig bleiben, und daher müssen es $\frac{300}{60} = 5$ Töchter gewesen seyn.

Herr Sachs bringt Seite 18 seiner kleinen Schrift, eine Bedingung in der Auflösung, daß nemlich 5 Töchter so viel als 6 Söhne bekommen sollen, mit hinein, die in der Aufgabe gar nicht enthalten ist, sondern sich erst aus der folgenden Probe ergiebt. Denn wenn diese Bedingung noch hinzugefügt wird, so gehört die Aufgabe zu der leichtesten arithmetischen, weil es alsdenn $\frac{1800}{300} =$ 6 Söhne und $\frac{1800}{360} = 5$ Töchter gewesen seyn müssen.

Probe. 6 Söhne erhalten 6 . 300 = 1800 Thlr.
5 Töchter erhalten 5 . 360 = 1800 Thlr.
Summa 3600 Thlr.

Aus der Probe ersehen wir, daß alle Töchter zusammen eben so viel, als alle Söhne erhalten haben. Wäre uns letzterer Umstand gleich bekannt gewesen, so hätten wir ohne auf das Vermögen zu sehen, auch x durch folgende Gleichung gefunden,

$$360x = 300\,(11 - x)$$
oder $360x = 3300 - 300x$ 300x addirt.
bleibt $660x = 3300$ mit 660 divid.
folgl. $x = 5$ wie vorhin.

In diesem Falle könnte man auch so schliessen: da sich die Söhne und die Töchter in gleiche Summen theilen, so müssen sich die Anzahl Söhne zu der Anzahl Töchter verhalten wie $\frac{1}{300} : \frac{1}{360}$ also wie 360 : 300 d. h. 6 : 5.

Dies

Dies trifft aber bey dergleichen Aufgaben nicht allemal zu, daß das, was die Töchter zusammen erhalten, grade so viel beträgt, als das, was die Söhne zusammen bekommen: z. B. wenn die Erbschaft statt 3600 Thlr., 3540 Thlr. betrug, so hätten wir beym vorigen Data 4 Töchter, und also 7 Söhne.

Die 4 Töchter erhielten 4 . 360 = 1440 Thlr.
Die 7 Söhne erhielten 7 . 300 = 2100 Thlr.

Summa 3540 Thlr.

Dieses leuchtet um so mehr ein, da in der Auflösung das Vermögen gar nicht mit in Anschlag kommt.

93ste Aufg. Man hat eine gewisse Summe in 17 Zahlungsterminen abgetragen, und zwar das erstemal 5 Thlr, die andern Zahlungstermine immer gleich viel mehr, und an den letzten Zahlungstermin bezahlte ich 53 Thlr. Wie viel habe ich jeden der folgenden Zahlungstermine immer mehr gegeben, und wie groß ist die ganze Summe, die ich in den 17 Zahlungsterminen bezahlt habe?

Jeden der folgenden Zahlungstermine habe ich x Thlr. mehr bezahlt, als den nächst vorhergehenden.

Also habe ich bezahlt im ersten Termine 5 Thlr.
Im 2ten . 5 + x Thlr.
Im 3ten . 5 + 2x
Im 4ten . 5 + 3x
Im 5ten . 5 + 4x
Im 6ten . 5 + 5x
Im 7ten . 5 + 6x
Im 8ten . 5 + 7x
Im 9ten . 5 + 8x
Im 10ten . 5 + 9x
Im 11ten . 5 + 10x
Im 12ten . 5 + 11x
Im 13ten . 5 + 12x
Im 14ten . 5 + 13x
Im 15ten . 5 + 14x
Im 16ten . 5 + 15x
Im 17ten . 5 + 16x (addirt.

Summa 85 + 136x

Im

Im letzten Termin hatte ich also $5 + 16x$ Thlr. bezahlt. Laut der Aufgabe betrug dieses 53 Thlr.

mithin muß $5 + 16x = 53$ seyn — 5 subtrah.

bleibt $16x = 48$ — mit 16 divid.

folgl. $x = 3$ Thlr. die ich in jeden Termin mehr bezahlt habe.

Die ganze Summe, die ich also bezahlt habe, ist gleich

$85 + 136x = 85 + 136 \cdot 3$

$= 85 + 408 = 493$ Thlr.

Wem schon die Lehre von den arithmetischen Reihen hinlänglich bekannt ist, wird eine weit kürzere Auflösung dieser Aufgabe geben können. Wir versparen den Gebrauch der arithmetischen sowol als geometrischen Reihen für ein besonderes Heft, worinnen wir alles mitnehmen werden, was irgend zur Verbreitung nützlicher Kenntnisse nützen kann und wird.

94ste Aufg. 36 Thlr. sollen unter 6 Personen so vertheilt werden, daß jedesmal die nächstfolgende Person 1 Thlr. mehr bekömmt, als die nächst vorhergehende. Wie viel erhält eine jede?

Die erste Person erhält x Thlr.

so erhält die	2te	$x +$	1	Thlr.	
"	3te	$x +$	2	"	
"	4te	$x +$	3	"	
"	5te	$x +$	4	"	
=	6te	$x +$	5	"	addirt.

Alle 6 Personen erhalten also zus. $6x + 15$ Thlr.

mithin muß $6x + 15$ Thlr. $= 36$ seyn; — 15 subtr.

bleibt $6x = 21$ — mit 6 divid.

folgl. $x = 3\frac{1}{2}$ Thlr.

Probe.

Probe. Die erste Person erhält $3\frac{1}{2}$ Thlr.
mithin die 2te $4\frac{1}{2}$ "
" 3te $5\frac{1}{2}$ "
" 4te $6\frac{1}{2}$ "
" 5te $7\frac{1}{2}$ "
" 6te $8\frac{1}{2}$ "
Summa 36 Thlr.

95ste Aufg. Ein Vater hat einen Sohn, der 30 Jahre jünger ist, als er; sollte man aber das Alter von beyden addiren, so kämen 100 Jahre heraus. Wie alt ist der Vater, und wie alt ist der Sohn?

Nennen wir das Alter des Sohnes x; so ist das Alter des Vaters $x + 30$ Jahr add.

Sind also beyde zusammen alt $2x + 30$ Jahr.

Die Bedingung der Aufgabe giebt uns also folgende Gleichung,

$2x + 30 = 100$ 30 subtrah.

bleibt $2x = 70$ mit 2 divid.

folgl. $x = 35$ gleich dem Alter des Sohnes, und folgl. $35 + 30 = 65$ gleich dem Alter des Vaters.

Probe. Alter des Sohnes war 35
Alter des Vaters war 65
Summa 100 Jahr.

Anmerk. Auch hier fällt sogleich in die Augen, daß 100 die Summe und 30 die Differenz zweyer Zahlen ist. Daher das Alter des Vaters $\frac{100+30}{2} = 65$ und $\frac{100-30}{2} = 35$ Jahr.

96ste Aufg. Cajus und Mevius geben 17 Fl. aus; Cajus 5 Fl. mehr als Mevius. Wie viel gab ein jeder von beyden aus?

Wir

Wir wollen annehmen Mevius hätte ausgegeben , , , x Fl.
So hat Cajus ausgegeben , x + 5 Fl. adv.

Beyde zus. haben demnach ausgegeben 2x + 5 Fl.

Es ergiebt sich also folgende Gleichung.

2x + 5 = 17 Fl. 5 subtrah.

bleibt 2x = 12 mit 2 divid.

folgl. x = 6 Fl., so viel hätte also Mevius ausgegeben, und Cajus hat also

6 + 5 = 11 Fl. ausgegeben.

And. Aufl. Wenn Mevius x Fl. ausgegeben hat, so hat Cajus 17 — x Fl. ausgegeben,

x Fl. hat Mevius ausgegeben.

x subtrah.

17 — 2x Fl.

mithin hat Cajus 17 — 2x Fl. mehr ausgegeben, als Mevius; das giebt folgende Gleichung:

17 — 2x = 5 2x addirt.

bleibt 17 = 5 + 2x 5 subtrah.

bleibt 12 = 2x

folgl. x = 6 Fl., wie vorhin.

Auch hier hätte man sogleich schliessen können, daß Cajus $\frac{17+5}{2}$ = 11 Fl. und Mevius $\frac{17-5}{2}$ = 6 Fl. ausgegeben hätte.

97ste Aufg. Es besitzt jemand einen Wagen, der die besondere mechanische Einrichtung hat, daß man auf einer Reise die Anzahl der Umläufe eines jeden Rades zu bestimmen im Stande ist. Man weiß, daß jedes von den beyden vorderen Rädern a Fuß, und jedes von den beyden hintern Rädern b Fuß im Umfange hat. Wenn nun auf einer Reise das vordere Rad n Umläufe mehr als das hintere gemacht

macht hat: wie groß ist der bis dahin zurückgelegte Weg?

Aufl. Der zurückgelegte Weg sey $= x$,
so ist der Umfang des vordern Rades $\frac{x}{a}$ in dies. Weg enth.
" " " hintern " $\frac{x}{b}$ " "
laut der Aufgabe.

Demnach $\frac{x}{a} - \frac{x}{b} = n$

$$\frac{bx - ax}{ab} = n$$

$$(b - a)x = n \cdot ab$$

$$\text{folgl. } x = \frac{n \cdot ab}{b - a}$$

Es sey $a = 5\frac{1}{4} = \frac{21}{4}$
$b = 7\frac{1}{8} = \frac{57}{8}$
$n = 2000$

$$\text{so ist } x = \frac{2000 \cdot \frac{21}{4} \cdot \frac{57}{8}}{\frac{57}{8} - \frac{21}{4}}$$

$$= \frac{2000 \cdot 21 \cdot 57}{4 \cdot 15}$$

$= 100 \cdot 7 \cdot 57 = 399$ Fuß,
oder ohngefahr $1\frac{2}{3}$ Meilen.

98ste Aufg. Zwey Kaufleute haben ein Kapital von 1800 Thlr. zusammengelegt. Nach Verlauf von einiger Zeit haben Beyde gleichviel gewonnen, und der Gewinnst des ersten ist 3mal so groß, als seine eingelegte Summe; der Gewinnst des zweyten aber 5mal so groß, als seine eingelegte Summe. Wie viel hat jeder eingelegt?

Wenn x die Einlage des ersten ist, so ist
$1800 - x$ gleich der Einlage des zweyten,
also $3x =$ Gewinnst des ersten
und $(1800 - x)5 =$ Gewinnst des andern $=$
$9000 - 5x$,

mit

mithin $3x = 9000 - 5x$ 5x addirt.

giebt $8x = 9000$ mit 8 divid.

folgl. $x = 1125$ Thlr. = Einlage des ersten
und also 675 Thlr. = Einl. des andern.

Probe. $3 \cdot 1125 = 3375$ Thlr.
und $5 \cdot 675 = 3375$ Thlr.

Beyde haben also gleichviel gewonnen, wie es die Aufgabe verlangt hat.

Arithm. Aufl. Der Aufgabe gemäß ist die 5fache Einlage von B gleich der dreyfachen Einlage von A, folglich ist die Einlage von A gleich $\frac{5}{3}$ der Einlage von B, d. h. wenn die Einlage von B in 3 gleiche Theile getheilt wird, so enthält A 5 solcher Theile, man braucht also nur 1800 Thlr. in 8 gleiche Theile zu theilen, wo dann 5 für A und 3 für B gehören.

Anders. Die Einlage von A verhält sich zur Einlage von B wie $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} = 5 : 3$.

Folglich nach der Gesellschaftsrechnung
die Einlage von A = $\frac{5}{8} \cdot 1800$
die Einlage von B = $\frac{3}{8} \cdot 1800$.

99ste Aufg. Zwey Spieler A und B machen einen Vertrag, es solle nach der zusammengebrachten Summe von 200 Thlr. der erste A 6mal so viel und der 2te B 10mal so viel, als sein Einsatz beträgt, bekommen. Nach geendigten Spiel haben Beyde gleichviel gewonnen. Was war die Einlage eines jeden?

Des ersten Einsatz sey = x, so ist des andern Einsatz = 200 — x,
also 6x = dem, was der erste gewonnen,
und 10 (200 = x) = 2000 — 10x = dem Gewinnst des zweyten.

mit-

mithin $6x = 2000 - 10x$ 10x addirt.

giebt $16x = 2000$ mit 6 divid.

folgl $x = 125$ Thlr. = Einsatz des ersten,
und also — — 75 Thlr. = Einsatz des zweyten.

Probe. 6 . 125 = 750 Thlr = Gewinnst des ersten,
und 10 . 75 = 750 Thlr. = Gewinnst des zweyten.

Arithm. Aufl. Einsatz von A verhält sich zum Einsatz von B wie $\frac{1}{6} : \frac{1}{10} = 10 : 6 = 5 : 3$.
Folglich nach der Gesellschaftsrechnung
der Einsatz von A $= \frac{5}{8} . 200 = 5 . 25 = 125$,
der Einsatz von B $= \frac{3}{8} . 200 = 3 . 25 = 75$.

Diese Aufgabe stehet in Hn. Prof. Rösler gemeinfaßlichen Anleitung zur Algebra, Stuttgart, 1789. S. 31, dort muß statt 300 Fl., 200 Fl. gelesen werden.

100ste Aufg. Es soll eine gegebene Zahl (a) dergestalt in 2 Theile getheilt werden, daß, wenn man den einen Theil mit (m) und den andern mit (n) multiplicirt, die beyden Produkte einander gleich sind.

Der Theil, der mit m multiplicirt werden soll, sey $= x$; so ist der andere $= a - x$.

Das Produkt x mit $m = mx$
n mit $(a - x = na - nx$
mithin $mx = na - nx$ (nx addirt
giebt $mx + nx = na$
oder $(m + n)x = n . a$ mit (m+n) divid.

folgl. $x = \frac{na}{m + n}$.

Nach dieser Generalformel können unzählige Aufgaben aufgelößt werden, bey denen eine gewisse Zahl eben so getheilt werden soll, und wo die Zufälligkeiten weggelassen werden. Die zwey nächst vorhergehenden Aufgaben

ben suppeditiren hierzu Beyspiele. Z. E. in der nächstvorhergehenden Aufgabe, ist

200 = a und 6 = m, und 10 = n

mithin $x = \frac{10}{6} \cdot \frac{200}{10} = 125$ wie vorhin.

101te Aufg. Jemand spielt eine goldene mit Brillanten besetzte Uhr aus: giebt er nun das Loos zu 5 Thlr., so verliert er 42 Thl., denn so viel hätte sie ihm mehr gekostet; nimmt er aber für jedes Loos 6 Thlr., so bekömmt er 58 Thlr. mehr, als ihm die Uhr selbst gekostet hat. Wie viel hat ihm also die Uhr gekostet, und wie viel Loose hat er abgesetzt?

Die Zahl der Loose sey = x

so ist $5x + 42$ = dem Werth der Uhr,

und auch $6x - 58$ = dem Werth der Uhr

mithin $5x + 42 = 6x - 58$ 5x subtrah.

bleibt $42 = x - 58$ 58 addirt.

folgl. $100 = x$ = der Zahl d. Loose;

also hat die Uhr gekostet 542 Thlr.

Arithm Aufl. Wenn er das Loos um 1 Thlr. mehr verkauft, so profitirt er, der Aufgabe gemäß grade 100 Thlr., es müssen also nothwendig 100 Loose ausgegeben worden seyn, so wie die Uhr 542 Thlr. gekostet haben muß.

Probe. Wenn für 1 Loos 5 Thlr. gegeben wird, so werden für 100 Loose 500 Thlr. gelößt, mithin fehlen an 542 Thlr. noch 42 Thlr. Aber jedes Loos zu 6 Thlr., macht für 100 Loose 600 Thlr., also 58 Thlr. zu viel, den Bedingungen der Aufgabe gemäß.

Siehe Röslers Algebra, Seite 32.

Anmerk. Wenn jemand eine Lotterie auszuspielen hat, so macht er gewöhnlich nur 90 Loose, denn so viel Nummer:

mern sind in der Zahlenlotterie. In den vorigen Aufgaben fanden wir aber, daß er 100 Loose untergebracht hat, also 10 Loose mehr, als nach der Zahlenlotterie möglich ist. Er muß also entweder einige doppelt untergebracht haben, welches Betrügerey wäre, oder er hat irgend nach einem andern Glücksspiele ausspielen lassen, welches 100 oder mehrere Nummern enthält. Hier erinnere ich es blos um derjenigen Leser willen, die etwa Jemanden eine dergleichen Aufgabe, in Beziehung auf die Zahlenlotterie, machen wollten. Würden sie also die Aufgabe so aufgeben, wie die vorige, so würde die Antwort ungereimt seyn, und dem keine Ehre machen, der die Aufgabe aufgegeben hätte; es sey denn der Fall, daß er Jemand damit auf die Probe stellen wollte, um zu sehen, ob er auch nicht bloßer Calculator, sondern ein philosophischer Analyst wäre.

Dem bloßen Calculator ist die Algebra so ein Etwas, als ihm eine Savoyardenorgel ist, daran er dreht, und sich manchmal selbst wundert, wo die Mistöne herkommen. Ich muß also bey Auflösung einer Aufgabe zugleich Sachkenntniß verbinden.

102te Aufg. Eine Mutter hat Aepfel; giebt sie jedem ihrer Kinder 6, so behält sie für sich 5 übrig; giebt sie aber jedem 7 Aepfel, so muß sie von ihrer Nachbarin noch 3 Stück kaufen, denn so viel fehlen ihr, um jedem ihrer Kinder 7 Aepfel zu geben. Wie viel Kinder und wie viel Aepfel hat sie gehabt?

Antwort. x Kinder. Erhält nun jedes 6 Aepfel, so erhalten x Kinder $6x$ Aepfel: bekommt aber jedes Kind 7 Aepfel, so erhalten x Kinder $7x$ Aepfel.

Im ersten Fall behielt die Mutter 5 Aepfel übrig, im andern fehlten ihr 3 Stück;

mit-

mithin ist 1) $6x + 5 =$ die Anzahl der Aepfel,
und auch 2) $7x - 3 =$ die Anzahl der Aepfel;

also $6x + 5 = 7x - 3$ 6x subtrah.

bleibt $5 = x - 3$ 3 addirt.

folgl. $8 = x$ Kinder,
und also $6 \cdot 8 + 5 = 53$ Aepfel.

Kürzer hätte man x so gefunden. Man ziehe No. 1 von No. 2 ab,
so bleibt $x - 8 = 0$
folgl. $x = 8$

Arithm Aufl. Wenn sie jedem ihrer Kinder einen Aepfel mehr giebt, braucht sie der Aufgabe gemäß, 8 Aepfel, sie muß also 8 Kinder und 53 Aepfel gehabt haben.

Probe. Jedes Kind 6 Stück, macht $6 \cdot 8 = 48$.
Jedes Kind 7 Stück, macht $7 \cdot 8 = 56$.

Im ersten Fall sind also 5 übrig, und im zweyten drey zu wenig.

102te Aufg. Ein Vater ist um 18 Jahre älter als sein Sohn. Unterdeß weiß man, daß das Alter des Sohnes $\frac{2}{3}$ von dem Alter seines Vaters ist. Wie alt ist jeder?

Arithm. Weil das Alter des Sohnes $\frac{2}{3}$ ist von dem Alter des Vaters; so ist der Vater $1\frac{1}{2}$ mal so alt, als der Sohn. Folglich ist der Ueberschuß des Alters des Vaters über das Alter des Sohns, die Hälfte von dem Alter des Sohns. Dieser Ueberschuß beträgt aber 18 Jahre. Demnach ist das halbe Alter des Sohns 18 Jahre, und sein Alter, das doppelte von 18 oder 36: das Alter des Vaters aber ist 54 Jahre.

An-

Anders. Da das Alter des Sohnes $\frac{2}{3}$ ist von dem Alter des Vaters; so ist der Ueberschuß des Vaters Alters über das des Sohns, $\frac{1}{3}$ von dem Alter des Vaters. Dieser Ueberschuß aber macht 18 Jahre aus. Folglich macht ein drittel des Alters des Vaters 18: und das Alter des Vaters ist 54 Jahre; wie vorhin.

Algebr. Ben. Alter des Vaters x
Alter des Sohnes $\frac{2}{3}x$

Bed. $x = \frac{2}{3}x + 18$

Red. $\frac{1}{3}x = 18$ (indem man auf jeder Seite $\frac{2}{3}x$ abzieht.)
$x = 54$ (ind. man auf jed. Seite mit 3 multipl.)

Aufl. $x = 54$ Alter des Vaters,
$\frac{2}{3}x = 36$ Alter des Sohnes.

Probe. $54 = 36 + 18$.

Anmerk. Man würde die Brüche vermeiden, wenn man das Alter des Vaters durch eine mit 3 theilbare Zahl bezeichnete, z. B. mit $3y$ alsdann wäre das Alter des Sohnes $2y$. Dieses gäbe $3y = 2y + 18$.
Mithin $y = 18$
folgl. $3y = 54$ oder $2y = 36$.

104te Aufg. Man sucht eine Zahl, welche zu Bestimmungen einer ebenfalls unbekannten, wenn sie etliche bestimmtemale genommen wird, etwas Bestimmtes zu wenig, und wenn sie weiter genommen wird, etwas Bestimmtes zu viel giebt.

Aufl. Die zu suchende Zahl sey gleich x

a) zeigt die etlichen bestimmtenmale an, die zu x genommen werden muß, um etwas Bestimmtes $= c$ zu wenig zu haben.

b) zeigt die etlichen bestimmtemalen an, die zu x genommen werden muß, um etwas Bestimmtes $= d$ zu viel zu haben.

Die

Die ebenfalls noch Unbekannte wollen wir mit y bezeichnen.

So ist den Bedingungen der Aufgabe gemäß,

$$ax + c = y$$

auch $bx - d = y$

mithin $ax + c = bx - d$ (d subtrah.

bleibt $ax + c + d = bx$ (ax subtrah.

bleibt $c + d = bx - ax$

oder $c + d = (b - a)x$ mit (b—a) divid.

folgl. $\frac{c+d}{b-a} = x$.

In Worten ausgedrückt giebt dies folgende Regeln:

1. Man addiret, was in einem Fall zu wenig, und und im andern Fall zu viel gegeben worden.
2. Man subtrahirt die geringere Zahl des Werths von der größern.
3. Man dividire n. 1, durch n. 2, so erhält man das Verlangte.

Zur Erläuterung dieser Aufgaben und Formel können die zwey nächst vorhergehenden Aufgaben dienen.

In der nächst vorhergehenden Aufgabe ist

$a = 6$, $b = 7$, $c = 3$, $d = 5$

folgl. $x = \frac{c+d}{b-a} = \frac{3+5}{7-6} = 8$ Kinder.

wie vorhin.

In der auf dieser letzten folgenden Aufgabe ist

$a = 5$, $b = 6$, $c = 42$, $d = 58$

folgl. $x = \frac{c+d}{b-a} = \frac{42+58}{6-5} = 100$ Loose;

wie vorhin.

Eben das finden wir auch nach der in Worten ausgedruckten Regel, und Anfängern ist zu rathen, die Aufgaben auch hiernach aufzulösen.

105te Aufg. Ich bin jetzt a Jahre alt, und mein Sohn ist b Jahre alt. In wie viel Jahren wird mein Sohn grade $\frac{n}{m}$ meines Alters haben?

Aufl. Es sey dieses nach x Jahren,

so soll seyn $\frac{n}{m}(a + x) = b + x$,

also $\frac{n}{m} a = b + x - \frac{n}{m} x$

$$\frac{n}{m} a - b = \frac{(m-n)}{m} x$$

folgl. $$x = \frac{na - mb}{m - n}$$

Es sey $a = 46$

$b = 11$

$\frac{n}{m} = \frac{1}{2}$

so ist $x = 46 - 22 = 24$

Oder: Ich bin jetzt 30, mein älterer Bruder ist 20 Jahr alt, und folglich ist 3 : 2 das Verhältniß meines Alters zu dem meines Bruders. Nach wie vielen Jahren wird das Verhältniß nur 5 : 4 seyn?

Aufl. Hier ist $a = 30$

$b = 20$

$n = 4$

$m = 5$

folgl. $x = 20$.

106te Aufg. Ich bin jetzt a mein ältester Sohn b, und mein jüngster Sohn c Jahre alt. Wenn werden beyde Söhne zusammen $\frac{n}{m}$ so alt seyn, wie ich?

Aufl. Es mag dies nach x Jahren geschehen, so soll alsdann seyn

$$\frac{n}{m}(a + x) = (b + x) + (c + x) = b + c + 2x$$

$$\frac{n}{m} a - (b + c) = 2x - \frac{n}{m} x = \frac{(m-n)}{m} x$$

folgl. $$x = \frac{na - m(b+c)}{2m - n}$$

Es

Es sey $a = 46$
$b = 11$
$c = 9$
$\frac{n}{m} = 1$

so ist $x = \frac{a-(b+c)}{2-1} = 46 - 20 = 20$.

107te Aufg. Ein Bauer erndtete amal so viel, als er ausgesäet hatte, und noch b Scheffel darüber; nachdem er $\frac{n}{m}$ der ganzen Erndte weggegeben, und das geliehene Saatkorn damit bezahlt hatte, behielt er noch c Scheffel übrig. Wie viel Scheffel hat er ausgesäet?

Aufl. Wenn die Aussaat x Scheffel, so ist nach der Aufgabe die Erndte $ax + b$,

daher $\frac{m-n}{m} \cdot (ax + b) = c$

$$ax + b = \frac{mc}{m-n}$$

$$x = \frac{mc}{a(m-n)} - \frac{b}{a}$$

Es sey $a = 15$
$b = 7$
$c = 306$
$\frac{n}{m} = \frac{1}{2}$

so ist $x = \frac{2 \cdot 306}{15} - \frac{7}{15} = \frac{605}{15} = 40\frac{1}{3}$ Scheff.

108te Aufg. Vier Soldaten A, B, C, D, haben 112 Fl. also zu theilen, daß jederzeit der folgende 2mal so viel, und noch 2 Fl. mehr, als der vorhergehende bekomme. Wie viel erhält ein Jeder?

A erhalte	=	x	Fl.	
so erhält B	=	$2x$	+ 2	Fl.
= C	=	$4x$	+ 6	=
= D	=	$8x$	+ 14	= addirt.
alle Viere erhalten demnach zusam.		$15x$	+ 22	Fl.

laut der Aufgabe erhielten sie alle Viere 112 Fl.;
mithin muß $15x + 22 = 112$ seyn, 22 subt.

bleibt $15x = 90$ mit 15 divid.

folgl. $x = 6$ Fl. so viel erhält A.

Probe. A erhält 6 Fl.
B = 14 =
C = 30 =
D = 62 =
Summa 112 Fl.

109te Aufg. Es hat Jemand 3 Scheffel Waitzen mehr als Haber, und 2 Scheffel Rocken mehr als Waitzen, und in allen hat er 44 Scheffel. Wie viel hat er von jeder Sorte?

Wir setzen, daß er x Scheffel Haber habe:
so wird er $x + 3$ Scheffel Waitzen haben,
und $x + 5$ Scheffel Rocken:

sämtl. Scheffelz. $= 3x + 8$ Scheffel.

Die Scheffelzahl wurde aber zu 44 angegeben,
mithin muß $3x + 8 = 44$ seyn 8 subtrah.

bleibt $3x = 36$ mit 3 divid.

folgl. $x = 12$ Scheffel Haber.

Probe. $x = 12$ Scheffel Haber,
$x + 3 = 15$ Scheffel Waitzen,
$x + 5 = 17$ Scheffel Rocken,
Summa 44 Scheffel.

110te Aufg. Ein Herr vermacht seiner Dienerschaft zusammen 4500 Thlr., darinn sollen sie sich nach Verhältniß ihres Lohnes theilen. Nun hat der Verwalter jährlich 180 Thlr., der Kammerdiener

80 Thlr., der Koch 70 Thlr. und jeder der 5 Diener 40 Thlr. Wie viel wird also jeder erhalten?

Aufl. Da sich die Theile, in welche 4500 Thlr getheilt werden sollen, wie 100:80:70:200 d.h. wie 10:8:7:20 verhalten sollen, so erhält nach der Gesellschaftsrechnung,

der Verwalter 100 . 10 = 1000
d. Kammdiener 100 . 8 = 800
der Koch 100 . 7 = 700
die 5 Bedienten 100 . 20 = 2000

Summa 4500.

IIIte Aufg. Ich habe in einer Stube 18 Stück Meubles, 3mal so viel Tische als Sophas, und 4mal so viel Stühle als Tische, und nur den 6ten Theil so viel Spiegel als Stühle: Wie viel Sophas, Tische, Stühle und Spiegel habe ich in dieser Stube?

Gesetzt ich hätte = x Sophas,
so muß ich laut der Aufgabe 3x Tische haben,
ferner " 12x Stühle,
und " 2x Spiegel;
addirt

Die Zahl der Stück Meubles = 18x.

18 ist auch = der Zahl der Stück Meubles,
mithin muß 18x = 18 seyn mit 18 divid.

folgl. x = 1 Sopha.

Probe. Ich habe also 1 Sopha,
folgl. 3 Tische,
ferner 12 Stühle,
und 2 Spiegel.

Zusammen 18 Stück Meubels.

IIIte Aufg. Wenn der Malter Roggen 6 Thlr. und der Malter Haber 5 Thlr. gilt, und man will beyder-

derseits gleichviel Malter haben; so fragt es sich, wie viel man von jeder Sorte um 77 Thlr. bekomme?

Antwort. x Malter Roggen, und eben so viel Haber.

Aufl. Da der Malter Roggen 6 Thlr. gilt, so gelten x Malter 6x Thlr.
Ein Malter Haber gilt 5 Thlr., also x Malter 5x Thlr. add.
x Malter Rogg. u. x Malter Hab. gelten also 11x Thlr.

Wollen wir daher der Aufgabe Genüge leisten, so müssen wir schliessen, daß

$11x = 77$ sey mit 11 divid.

folgl. $x = 7$ Malter,
mithin von jeder Sorte 7 Malter.

Probe. 7 Malter Roggen à 6 Thlr., beträgt 42 Thlr.
7 Malter Haber à 5 Thlr., beträgt 35 Thlr.
Summa 77 Thlr.

113te Aufg. Ich habe 14 Malter Roggen und Haber zusammengenommen auf dem Boden: diese kosten mir 77 Thlr., der Malter Roggen kostet 6 Thlr. und der Malter Haber 5 Thlr. Wie viel habe ich von jeder Sorte?

Gesetzt ich hätte x Malter Roggen
so müste ich 14 — x Malter Haber haben.

x Malter Roggen zu 6 Thlr. beträgt 6x Thlr.
14 − x Malter Haber zu 5 Thlr. beträgt 70 − 5x Thlr. add.

Roggen und Haber zus. kostet also 70 + x Thlr.

laut der Aufgabe kostete Roggen und Haber zusammen 77 Thlr., mithin muß

$70 + x = 77$ seyn 70 subtrah.

folgl. $x = 7$ Malter Roggen,
mithin auch 7 Malter Haber.

Pro-

Probe. 7 Malter Roggen zu 6 Thlr. beträgt 42 Thlr.
7 Malter Haber zu 5 Thlr. beträgt 35 Thlr.

also 14 Malter betragen 77 Thlr.

114te Aufg. Wenn man noch einmal so viel neuen als alten Wein kaufen will, und der neue Wein 20 Fl., der alte aber 45 Fl. der Eymer kostet; wie viel bekommt man von jeder Sorte um 255 Fl.?

x Eymer alten Wein, und also 2x Eymer neuen Wein, werden wir bey den Bedingungen der Aufgabe bekommen;

x Eymer alter Wein à 45 Fl. kosten 45x Fl.
2x Eymer neuer Wein à 20 Fl. kosten 40x Fl. add.

x Eymer alter u. 2x Eymer neuer kost. also zus. 85x Fl.

Letzteres giebt uns auch die Aufgabe selbst zu 255 Fl. an,

mithin ist $85x = 255$ mit 85 divid.

$x = 3$ Eymer alten Wein,
also 6 Eymer neuen Wein.

Probe. 3 Eymer alten Wein à 45 Fl., betragen 135 Fl.
6 Eymer neuen Wein à 20 Fl., betragen 120 Fl.

Summa 255 Fl.

115te Aufg. Ich habe 3 Eymer alten und 6 Eymer neuen Wein. Diese kosten zusammen 255 Fl. und ein Eymer alter Wein ist um 25 Fl. theurer als der neue Wein. Wie viel hat von jeder Sorte der Eymer gekostet?

Der Eymer neuer Wein habe x Fl. gekostet, so wird der Eymer alter Wein $x + 25$ Fl. gekostet haben.

6 Eymer neuen Wein zu x Fl. kosten 6x Fl.
3 Eymer alten Wein zu $x + 25$ Fl. kosten $3x + 75$ Fl.

9 Eymer alten u. neuen Wein kosten also $9x + 75$ Fl.

laut der Aufgabe kosten sie 255 Fl.

mithin ist $9x + 75 = 255$ 75 subtrah.

bleibt $9x = 180$ mit 9 divid.

folgl. $x = 20$ Fl. ein Eymer neuer Wein

und also ein Eymer alter $= 45$ Fl.

Probe. 6 Eymer à 20 Fl. kosten 120 Fl.
3 Eymer à 45 Fl. kosten 135 Fl.

Summa 255 Fl.

116te Aufg. Man hat drey Fässer A, B und C; wird das zweyte aus dem ersten gefüllet, so bleibt im ersten $\frac{2}{3}$ übrig; wird das dritte aus dem ersten gefüllt, so bleibet $\frac{5}{9}$ übrig; wird aber das erste aus den beyden andern gefüllet, so fehlen 8 Quart. Wie viel Quart hat jedes von diesen Fässern?

Aufl. Das Faß A enthalte x Quart. Sollen im Fasse A $\frac{2}{3}x$ bleiben, wenn daraus B gefüllet wird; so muß das Faß B enthalten $\frac{x}{3}$. Sollen im Fasse A $\frac{5}{9}x$ bleiben, wenn daraus C gefüllt wird, so muß das Faß C enthalten $\frac{4x}{9}$. Daher nach der Aufgabe

$$x - 8 = \frac{x}{3} + \frac{4x}{9} = \frac{7x}{9}$$

folgl. $x = \frac{9}{2} \cdot 8 = 36$.

117te Aufg. Ein Copist wurde gefragt, wie viele Bogen er wöchentlich schreibe. Er antwortete: Ich arbeite nur 4 Stunden täglich, und kann daher keine 70 Bogen wöchentlich liefern, wie ich doch gern wollte. Wenn ich täglich 10 Stunden arbeiten könnte, so würde ich wöchentlich grade so viel über 70 Bogen schreiben, als ich jetzt weniger schreibe. Wie viel Bogen schrieb er wöchentlich?

Aufl. Jede Stunde schreibe er x Bogen. Schreibt er nun täglich 4 Stunden, so vollendet er $24 \cdot x$ Bogen

in

in einer Woche. Schreibt er aber täglich 10 Stunden, so macht er wöchentlich 60.x Bogen.

Laut der Aufgabe soll seyn

$$60x - 70 = 70 - 24x,$$
$$84x = 140$$
folgl. $x = \frac{140}{84} = \frac{5}{3}$ Bogen.

Daher schreibt er in einer Woche $24 . \frac{5}{3} = 40$ Bogen.

118te Aufg. Ein Handwerker kann eine gewisse durch a ausgedrückte Arbeit in einer durch b ausgedrückten Zeit verfertigen. Ein zweyter Handwerker verfertiget die Arbeit c in der Zeit d, und ein dritter die Arbeit e in der Zeit f. Wie viel Zeit werden diese drey Handwerker zusammen brauchen, um die Arbeit g zu Stande zu bringen.

Aufl. Der erste macht in Zeit 1, $\frac{a}{b}$ fertig,

der 2te = 1, $\frac{c}{d}$ "

der 3te = 1, $\frac{e}{f}$ "

Alle 3 machen also in der Zeit 1 zusammen

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{adf + bcf + bde}{bdf}$$ fertig,

in der Zeit x machen sie fertig $\left(\frac{adf + bcf + bde}{bdf}\right) x$

dieses muß = g seyn,

folgl. $x = \frac{bdfg}{adf + bcf + bde}$

119te Aufg. Drey Maurer sollen eine Mauer aufführen. Der erste verfertigt 8 Cubikfuß in 5 Tagen, der 2te 9 Cubikfuß in 4 Tagen, und der 3te 10 Cubikfuß in 6 Tagen. Wie viel Zeit werden diese 3 Maurer, wenn sie gemeinschaftlich arbeiten, brauchen, um 756 Cubikfuß von dieser Mauer zu verfertigen?

Aufl.

Aufl. Hier ist $a = 8$; $c = 9$; $e = 10$; $g = 756$
$b = 5$; $d = 4$; $f = 6$.
folgl. $x = 137\frac{13}{331}$ Tage.

120ste Aufg. Ein Wasserbehälter von $755\frac{1}{4}$ Cubikfuß soll durch drey Röhren gefüllt werden. Die erste giebt 12 Cubikfuß in $3\frac{1}{4}$ Tagen, die 2te $15\frac{1}{3}$ Cubikfuß in $2\frac{1}{2}$ Tagen, und die 3te 17 Cubikfuß in 3 Tagen. In welcher Zeit wird der Wasserbehälter gefüllt werden?

Aufl. Hier ist $a = 12$; $c = 15\frac{1}{3}$; $e = 17$; $g = 755\frac{1}{4}$
$b = 3\frac{1}{4}$; $d = 2\frac{1}{2}$; $f = 3$
folgl. $x = 48\frac{3}{4}$ Tagen.

121ste Aufg. Es bezahlt jemand für 15 ℔. Butter und 9 ℔. Schmalz zusammen 8 Fl. 27 Kr. = 507 Kr., und giebt für das ℔. Schmalz 3 Kr. mehr, als für das ℔. Butter. Wie hoch hat er das ℔. von jeder Sorte bezahlt?

Für das ℔. Butter sind x Kr. bezahlt, und also für das ℔. Schmalz $x + 3$ Kr.

15 ℔ Butter à x Kr. kosten = $15x$ Kr.
9 ℔. Schmalz à $x + 3$ Kr. kosten $9x + 27$ Kr.

Butter und Schmalz kosten also $24x + 27$ Kr.

Butter und Schmalz kosten auch zusammen 507 Kr.
mithin muß $24x + 27 = 507$ seyn 27 subtrah.

bleibt $24x = 480$ mit 24 divid.

folgl. $x = 20$ Kr. so viel kost. ein ℔. Butt.
und ein ℔. Schmalz kostet demnach 23 Kr.

Probe. Denn 15 ℔. Butter à 20 Kr. betragen 300 Kr.
und 9 ℔. Schmalz à 23 Kr. betragen 207 Kr.

Summa 507 Kr.

122ste

122ste Aufg. Eine gewisse Garnison kostet täglich 6000 Fl. und eine andere 7000 Fl. Es frägt sich, in welcher Zeit beyde mit einander 78000 Fl. kosten?

Antwort, in x Tagen.

Denn da die erste Garnison täglich 6000 Fl. verzehrt; so verzehrt sie in x Tagen = $6000x$ Fl.
die zweyte Garnison, die täglich 7000 Fl. verzehrt, verzehrt in x Tagen $7000x$ Fl.

Beyde Garnisonen verzehren daher in x Tagen $13000x$ Fl.

78000 = dem was beyde Garnisonen in x Tagen verzehren,
mithin ist $13000 = 78000$ mit 13000 divid.

folgl. $x = 6$ Tage.
In 6 Tagen werden also beyde 78000 Fl. verzehren.

Probe. Erste Garnison verzehrt in 6 Tagen überhaupt $6 . 6000 = 36000$ Fl.
und die 2te Garnis. in 6 Tagen $6 . 7000 = 42000$ Fl.
Summa 78000 Fl.

123ste Aufg. Zwey Garnisonen verzehren in 6 Tagen zusammen 78000 Fl., die eine aber täglich 1000 Fl. mehr als die andere. Wie viel verzehrt jede Garnison täglich?

x Fl. werden täglich von der einen Garnison mithin $x + 1000$ Fl. täglich von der andern Garnison verzehrt,
in 6 Tagen à x Fl. täglich beträgt $6x$ Fl.
und in 6 Tagen à $x + 1000$ Fl. tägl. beträgt = $6x + 6000$ Fl.

also verzehren in 6 Tagen beyde zusam $12x + 6000$ Fl.
Beyde Garnisonen verzehren in 6 Tagen laut der Aufgabe 78000 F.

Es

Es muß daher $12x + 6000 = 78000$ seyn 6000 subtr.

bleibt $12x = 72000$ mit 12 divid.

folgl. $x = 6000$ Fl. so viel verzehrt tägl. die eine Garnis. Die andere verz. demnach tägl. 7000 Fl.

Die Probe ist wie bey der nächstvorhergehenden Aufgabe.

124 Aufg. Es kauft jemand ein Stück Band, die Elle um 8 Kr., verkauft es wieder, die Elle um 11 Kr. und gewinnt 42 Kr. Es frägt sich, wie viele Ellen das Stück Band gehalten?

Wir wollen setzen, es hätte x Ellen gehalten. Da er nun die Elle zu 11 Kr. verkauft hat; so hat er für die x Ellen = $11x$ Kr. gelöst, beym Einkauf kosten ihm x Ellen à 8 Kr. $8x$ Kr. subtrah.

Daher hat er bey dem Verkauf gewonnen, $3x$ Kr.

laut der Aufgabe hat er 42 Kr. gewonnen;
mithin ist $3x = 42$ mit 3 divid.

folgl. $x = 14$ Ellen hat das ganze Stück Band gehalten.

Probe. 14 Ellen à 11 Kr. macht 154 Kr.
14 Ellen à 8 Kr. macht 112 Kr. subtrah.

Gewinnst = 42 Kr.

Die Probe macht man kürzer so:

$14 \cdot 11 - 14 \cdot 8 = 14 (11 - 8) = 14 \cdot 3$
$= 42$ Kr. Gewinnst.

125ste Aufg. Ein Fleischer verdingt 20 Ochsen zwölf Monat lang in die Fütterung. Nach zwey Monaten schickt er noch fünf Ochsen dazu, und nachdem diese zusammen $6\frac{3}{5}$ Monate gezehrt haben, schickt er noch 10 Stück dazu. Wie lange werden diese

35 Ochsen noch für das bedungene Geld gefüttert werden?

Aufl. Es koste ein Ochse in $\frac{1}{5}$ Monate x Thlr. Futtergeld.

Also in 1 Monat 5x Thlr.
in 12 Monat 60 x Thlr.

Daher kosten 20 Ochsen in 12 Monaten 1200 x Thlr.

In den beyden ersten Monaten fraßen 20 Ochsen und kosten daher an Futtergeld 200 x Thlr. Nachher kommen noch 5 hinzu, und es fressen 25 Ochsen $6\frac{2}{5}$ Monat lang und kosten 825 x Thlr.

Haben also verzehrt 1025x Thlr.

Daher bleiben noch von den für die 20 Ochsen auf 12 Monate akkordirten 1200x Thlr. übrig 175x Thlr.

Nun kommen noch 10 Ochsen hinzu. Daher noch von diesem 175x Thlr. 35 Ochsen eine Zeitlang erhalten werden müssen. Wenn aber jeder Ochse monatlich 5x Thlr. kostet; so reichen diese 175x Thlr. noch auf 1 Monat zu.

Nun hatten aber die Ochsen ehe diese 10 hinzu kamen, schon $8\frac{1}{3}$ Monat gefressen, folglich können alle, $9\frac{2}{7}$ Monat von dem anfänglich auf die 20 Ochsen akkordirten 1200x Thlr. erhalten werden.

Andere Aufl. Man setze, vom ersten Anfange der Fütterung, bis zum Ende verstreichen y Monate.

Die ersten 20, werden völlig so lange unterhalten, was sie verzehren, ist $=$ 20. y. Die zweyten 5 werden (y — 2) Monate unterhalten, verzehren 5 (y — 2). die letzten 10 werden (y — 8, 6) Monate ernährt, verzehren 10. (y — 8, 6).

Was also die Ochsen verzehren, ist

$$20y + 5(y-2) + 10(y-8,6) = 20 \cdot 12$$

$$\text{also } 35y - 96 = 20 \cdot 12$$

$$35y = 336$$

$$y = 9\tfrac{3}{5} \text{ Monat.}$$

Daher werden die letzten 10 Ochsen, oder, welches eben die Zeit ist, alle 35 Ochsen zusammen, 1 Monat unterhalten.

Arithm. Aufl. 20 Ochsen verzehren in 12 Monat so viel als 1 Ochse in $20 \cdot 12 = 240$ Monat.

Dan nun 20 Ochsen 2 Monat über allein zehren, so fressen sie so viel, als 1 Ochse in $2 \cdot 20 = 40$ Monat.

Es bleibt also nach eine Freßzeit für einen Ochsen von $240 - 40 = 200$ Monat.

25 Ochsen verzehren in $6\frac{3}{5}$ Monat so viel als 1 Ochse in $25 \cdot 6\frac{3}{5} = 165$ Monat.

Es bleibt also noch Freßzeit für einen Ochsen $200 - 165 = 35$ Monat.

Wozu aber ein Ochse 35 Monat Zeit gebraucht, dazu brauchen 35 Ochsen nur 1 Monat.

Andere Arithm. Aufl. Wenn die letzten 10 Ochsen zu den 25 kommen, so haben 20 Ochsen schon 8,6 und 5 Ochsen schon 6,6 Monate gefressen. Nun fressen 5 Ochsen in 6,6 Monate so viel als 20 in $\frac{6,6}{4} = 1,65$ Monate fressen; folglich haben sie zusammen so viel gefressen, als 20 Ochsen in $8,6 + 1,65 = 10,25$ Monate gefressen haben würden. Es können aber 20 Ochsen 12 Monate von der Fütterung leben, folglich können 20 jetzt noch $12 - 10,25 = 1,75$ Monate davon leben. Nun ist

$$35 : 20 = 1,75 : 1$$

folglich können die 35 Ochsen noch 1 Monat fressen.

Pro-

Probe. 20 Ochsen haben gefressen 8, 6 Monat,
5 Ochsen haben in 6,6 Monat
so viel gefressen, als 20 Ochsen in 1,65 =
35 Ochsen haben in 1 Mon. gefress.
Was 20 Ochsen in = 1,75 "
gefressen haben würden.

Summa 12 Monat.

Dritte Arithm. Aufl. Wenn die ersten 20 Ochsen 12 Monate von der akkordirten Fütterung leben können, und davon sich schon 2 Monate genährt haben; so bleiben ihnen noch 10 Monat übrig. Am Anfange dieser 10 Monate sind aber noch 5 Ochsen hinzugekommen. Diese 25 Ochsen können nun noch 8 Monat von dem Akkordirten leben, wie die Proportion zeigt 25:20 = 10:8 Monat.

Es würden also 25 Ochsen noch 8 Monat leben können, wenn nicht nach 6,6 Monaten 10 Stück hinzugekommen wären.

Da nun 25 Ochsen noch 8 Monat fressen können, und nun schon 6,6 Monat davon gefressen haben, so bleibt nur noch 1,4 Monat übrig. In diese 1,4 Monate sollen nun noch 10 Stück mehr fressen, man erhält daher nach folgender Proportion die wahre Freßzeit für 35 Ochsen

35 Ochsen : 25 = 1,4 M. : 1 Monat.

Anmerk. Diese Aufgabe steht in Wingales Arithmetik, by Kersey; Lond. 1678. Appendix Ch. 10. quart. 30.

126ste Aufg. Ein Gutsherr hatte mit seinem Nachbar einen Contract geschlossen, in welchem er sich verpflichtete, 400 Ochsen 16 Monat auf seine Weide gehen zu lassen. Der Nachbar schickte aber anfangs nur 200 Stück, nach 7 Monat 250 mehr,

und

und 8 Monat darauf wieder 150 mehr. Wie lange muß der Gutsherr diese sämmtlichen 600 Ochsen noch ferner füttern, wenn er seine eingegangene Verpflichtung erfüllen will?

Aufl. Nach x Monat, alsdann

fressen 200 Ochsen $(7 + 8 + x)$ Monat über
250 " $(8 + x)$ " "
und 150 " x " "

Die Ochsen fressen also so viel als
$(14.200 + 250.8 + 600.x)$ Ochsen in 1 Monat.

Da nun 400 Ochsen in 16 Monat eben so viel als 400.16 Ochsen in 1 Monat fressen, so muß um die Bedingung der Aufgabe zu erfüllen

$15.200 + 250.8 + 600.x = 400.16$ seyn m. 200 divid.

$$15 + 10 + 3x = 32$$
$$x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} \text{ Monat.}$$

127ste allgem. Aufg. Drey Ursachen, u, u′, u″, wirken, während der Zeiten t — t′, t — t″; und thun zusammen die Wirkung, welche u allein in der Zeit T thäte. Wenn nun alles gegeben ist bis auf t; welches ist der Ausdruck für t?

Aufl. Die Aussage der Aufgabe giebt folgende Gleichung

$$u.t + u'.(t - t') + u''.(t - t'') = u.T$$

also

$$(u + u' + u'').t = u.T + u'.t' + u''.t''$$

folgl.

$$t = \frac{u.T + u'.t' + u''.t''}{u + u' + u''}$$

128ste Aufg. 6 Arbeiter würden eine Arbeit in 50 Tagen fertig machen. Nachdem sie 13 Tage gearbeitet haben, kommen noch 8 Arbeiter zu ihnen; diese 14 Arbeiter, arbeiten mit einander 5 Tage; dann kommen noch 9 Arbeiter zu ihnen. In wie viel Tagen wird die Arbeit fertig?

Aufl.

Aufl. Hier ist $u = 6, t,$ $T = 50$

$u' = 8\,t' = 13,$

$u'' = 9, t'' = 13 + 5 = 18$

folgl. $t = \frac{6 . 50 + 8 . 13 + 9 . 18}{23} = 24 + \frac{14}{23}$ Tag.

129ste Aufg. 6 Leute würden eine Arbeit in 50 Tagen fertig machen. Man verlangt diese Arbeit in 30 Tagen. Nachdem die 6 Leute 8 Tage allein gearbeitet haben, werden ihnen noch 4 Arbeiter zugesellt, und nun arbeiten die 10 mit einander; 3 Tage. Wie viel Leute muß man dann noch beyfügen, damit die Arbeit am Ende des 30sten Tages fertig ist?

Aufl. Hier ist

$u = 6$	$t = 30$	$T = 50$
$u' = 4$	$t' = 8$	
u''	$t'' = 8 + 3 = 11$	

Es ist also u'' unbekannt.

Nun war Aufgabe $t = \frac{u . T + u' . t' + u'' . t''}{u + u' + u''}$

Daraus gefunden $u'' = \frac{u . (T - t) - u' (t - t')}{t - t''}$

also $u'' = \frac{6 . 20}{19} - \frac{4 . 22}{19} = 1 + \frac{13}{19}$. Daß man also 2 Leute beyfügen müßte, weil man begreiflich statt des Bruchs eines mehr nimmt.

Anmerk. Hätten die ersten 6 Leute 8 Tage allein gearbeitet, und dann ließe man 7 Leute noch mit ihnen 3 Tage arbeiten, so blieben alle gegebene Größen wie vorhin, nur $u' = 7$; da käme

$$u'' = \frac{6 . 20}{19} - \frac{7 . 22}{19} = -1\frac{15}{19}$$

Das erklärt sich so: die Leute u und u' machen in der Zeit die ihnen gegeben wird, mehr Arbeit, als verlangt wird. Es ward so viel verlangt, als 6 in 50 Tagen machen können, also 300 Tagewerke eines Arbeiters. Nun sind die Tagewerke folgende:

der 6 in 30 Tagen = 180
der 7 in 22 Tagen = 154

334

Wenn also die gesuchten u" Arbeiter bewerkstelligen sollen, daß 300 Tagewerke herauskommen, so müssen sie 34 Tagewerke zerstören.

130ste Aufg. Jemand der auf 6 Jahre außer landes gegangen war, hatte sein Rittergut auf die Bedingung verpachtet, daß bey seiner Rückkehr ihm 12000 Thlr. bezahlt werden sollten. Der Pachter hat aber im 3ten und 5ten Pachtjahre Mißwachs gehabt. Für das erstemal soll ihm nach gerichtlicher Besichtigung $\frac{1}{2}$, für das zweytemal $\frac{1}{4}$, erlassen werden. Wie viel Thlr. sind an der ganzen Summe von 12000 Thlr. nachzulassen?

Aufl. Wenn die jährliche Pacht bekannt wäre, so könnte man daraus auch den Erlaß bestimmen. Sie ist hier aber nicht, wie es zu erst scheint, 2000 Thlr. Denn weil die Pacht des ersten Jahres 5, der 2ten 4 Jahre u. s. w. stehen bleibt, so würden, wenn die Zinsen gerechnet würden, mehr als 12000 Thlr. am Ende zu bezahlen seyn.

Man suche also die jährige Pacht = x; so wäre zu bezahlen nach einem Jahre x und wenn x stehen bleibt, noch überdem

nach dem 2ten Jahr $x + \frac{1}{20}x$ bei 5 Proc. Zinsenfuß
= 3ten , $x + \frac{2}{20}x$
, 4ten , $x + \frac{3}{20}x$
, 5ten , $x + \frac{4}{20}x$
, 6ten , $x + \frac{5}{20}x$

Summa $6x + \frac{15}{20}x$

Nun

Nun ist $6x + \frac{15}{20}x = 12000$
oder $6x + \frac{3}{4}x = 12000$ mit 4 multipl.

$24x + 3x = 48000$
$27x = 48000$

folgl. $x = \frac{48000}{27} = \frac{16000}{9} = 1777\frac{7}{9}$ Tlr.
die jährige Pacht.

Nun muß Verhältnißmäßig von dieser Jahrespacht nicht allein nachgelassen, sondern auch die darauf haftenden Zinsen zugleich von der Hauptsumme abgerechnet werden. So ist fürs 2te Jahr der Erlaß $\frac{1}{2}x$ und wegen der Zinsen in den 3 übrigen Jahren der ganze Erlaß $\frac{1}{2}x + \frac{3}{40}x$. Eben so fürs 5te Jahr $\frac{3}{4}x + \frac{3}{80}x$. Es geht also von den 12000 Thlr. ab $\frac{5}{4}x + \frac{9}{80}x = \frac{109}{80}x =$ 2422 $\frac{2}{9}$.

Hätte man fälschlich 2000 Thlr. angenommen, so würde man den Erlaß zu 2500 Thlr. bestimmt haben. Siehe **Ungers** Beyträge zur Math. for. 2 Th. S. 117.

131ste Aufg. Ein Stück Band wird eingekauft um 112 Kr., und wieder verkauft zu 154 Kr.: bey dem Verkauf wird an der Elle 3 Kr. gewonnen. Wie viel Ellen Band hat das Stück gehalten, und wie viel hat die Elle sowol bey dem Einkauf, als Verkauf gekostet?

Die Elle Band habe bey dem Einkauf x Kr. gekostet, so hat sie bey dem Verkauf $x + 3$ Kr. gegolten. Da das Stück Band 112 Kr. gekostet hat, und man rechnet die Elle zu x Kr., so muß es $\frac{112}{x}$ Ellen gehalten haben.

Dasselbe Stück Band ist zu 154 Kr. verkauft, die Elle zu $x + 3$ Kr., mithin haben wir wieder einen Ausdruck für die Anzahl Ellen, die es gehalten hat, nemlich $\frac{154}{x+3}$, daher folgt, daß

$\frac{154}{x+3} = \frac{112}{x}$ ist — mit x multipl.

giebt $\frac{154x}{x+3} = 112$ — mit $x + 3$ multipl.

giebt $154x = 112x + 3 \cdot 112$ — 112x subtrah.

bleibt $42x = 3 \cdot 112$ — mit 42 divid.

folgl. $x = \frac{3 \cdot 112}{42} = \frac{112}{14} = 8$ Kr., so viel hat die Elle bey dem Einkauf gekostet.

Also bey dem Verkauf galt die Elle 11 Kr., und das Stück Band hat 14 Ellen gehalten.

Probe. 14 Ellen à 8 Kr. betragen 112 Kr. Einkauf.
14 Ellen à 11 Kr. betragen 154 Kr. Verkauf.

Kürzer hätte diese Aufgabe arithmetisch so aufgelöst werden können:

Verkauft war das Stück Band zu 154 Kr.
Eingekauft zu = 112 Kr.

Also Gewinnst 42 Kr.

Diese 42 Kr. Gewinnst kommen daher, daß bey dem Verkauf die Elle 3 Kr. theurer verkauft ist. Die Frage ist also nun diese: wenn man jede Elle mit 3 Kr. bezahlt wie viel Ellen kauft man für 42 Kr.

Antwort. $\frac{42}{3} = 14$ Ellen.

Wollten wir jedoch auch diese Auflösung ein algebraisches Kleid geben, so bezeichne man die Anzahl Ellen, die das Stück Band gehalten mit x: so muß

$3x = 42$ seyn, — mit 3 divid.

folgl. $x = 14$ Ellen, wie vorhin.

Dividirt man nun mit 14 in 112, so erhält man 8 Kr., so viel hat die Elle bey dem Einkauf gekostet.

Und $\frac{154}{14} = 11$ Kr. so viel bey dem Verkauf,
und $11 - 8 = 3$ Kr. an einer Elle Gewinnst.

132ste Aufg. Es soll jemand über 3 Jahre 460 Fl. bezahlen. Wenn er nun gleich jetzt seine Schuld abtragen will, wie viel muß er geben, daß solches Geld mit dem 3jährigen Zins, so viel als 460 Fl. ausmache, den Zins zu 5 Procent gerechnet?

Wir wollen das, was er gleich jetzt bezahlen muß, mit x Fl. bezeichnen.

Diese x Fl. nebst ihren 3jährigen Interessen à 5 Procent, müssen zusammen 460 Fl. ausmachen. Die einjährige Interesse von x Fl. à 5 Procent beträgt

$\frac{1}{20}x$ Fl., also die 3jährige $3 \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{20}$ Fl.

mithin $x + \frac{3x}{20} = 460$ Fl. mit 20 multipl.

kommt $20x + 3x = 9200$

oder $23x = 9200$ mit 23 divid.

folgl. $x = 400$ Fl., so viel muß er gleich jetzt baar bezahlen.

Probe. Jetzt gleich baar = 400 Fl.
3jährige Interes. à 5 Proc. von 400 Fl. 60 Fl.
Summa 460 Fl.

133ste Aufg. Man will ein 15 eymeriges Faß mit zweyerley Wein füllen, davon der Eymer des Geringern 24 Fl. und des Bessern 42 Fl. kostet; es fragt sich, wie viel man von Beyden zu nehmen habe, daß der vermischte Eymer 30 Fl. koste?

Von dem guten Wein nehme man x Eymer, so muß man 15 — x Eymer schlechten Wein nehmen. x Eymer à 42 Fl. kosten = 42x Fl.
15 — x Eymer à 24 Fl. kosten 360 — 24x Fl. addirt,

Die 15 Eymer vermis. Wein kost. 360 + 18x Fl.
Also ein Eymer $\frac{360+18x}{15} = \frac{120+6x}{5}$ Fl.

Ein Eymer vermischter Wein soll aber nicht höher als 30 Fl. kosten,

mit-

mithin muß $\frac{120+6x}{5} = 30$ seyn — mit 5 multipl.

giebt $120 + 6x = 150$ — mit 6 divid.

giebt $20 + x = 25$ — 20 subtrah.

folgl. $x = 5$ Eymer von dem guten Wein, daher 10 Eymer von dem schlechten.

Arithm. Aufl. Der Aufgabe gemäß soll von jedem Eymer des schlechtern Weins ein gewisser Theil hinweggenommen, und durch den guten wieder ersetzt werden, und zwar so, daß der vermischte Eymer 30 Fl., also 6 Fl. mehr koste als der schlechtere; da nun der bessere Wein $\frac{3}{4}$ des Werthes vom schlechtern Wein mehr kostet als der schlechtere, d. h. was vom erstern $1\frac{3}{4}$ Fl. kostet, kostet vom andern nur 1 Fl., so findet man sehr leicht, daß die 6 Fl., welche der zuzulegende Theil des bessern Weins mehr kostet als der hinweg zu nehmende Theil des schlechtern, $\frac{1}{4}$ des Werthes dieses schlechtern Theils gleich seyn muß; man braucht also nur für 8 Fl. werth vom schlechtern Weine, daß ist $\frac{1}{5}$ desselben hinweg zu nehmen und eben so viel vom bessern hinzu zu thun. Es müssen daher in dem gegebenen Fasse 5 Eymer vom guten und 10 vom schlechtern Weine enthalten seyn.

Anders. 15 Eymer schlechten Wein kosten nur 15.24 Fl. der vermischte Wein kostet also 15.30 — 15.24 = 15.6 Fl. mehr. Da nun der Eymer vom guten Wein 42 — 24 = 18 Fl. mehr als ein Eymer des schlechtern Wein kostet, so haben wir $15 \frac{6}{18} = 5$ Eymer vom guten, und also 10 Eymer vom schlechten nöthig.

134ste Aufg. Es will jemand mit Wein, davon der Eymer 16 Fl. kostet, und mit Wasser, ein eineymeriges Faß füllen, und zwar so, daß man den Eymer davon für 12 Fl. geben könne; es frägt sich, wie viel man von Beyden zu nehmen habe?

Von

Von dem Eymer Wein nehme ich den Theil x, also vom Wasser $1 - x$,

$x$tel vom Eymer à 16 Fl. kostet, $16x$ Fl.

$1 - x$ Wasser kostet gar nichts;

also muß blos das, was der $x$te Theil vom Eymer Wein kostet, so viel betragen, als der Eymer Wein, so mit Wasser versetzt ist,

mithin ist $16x = 12$ mit 16 divid.

folgl. $x = {}^{12} = \frac{3}{4}$ von dem Eymer Wein und $\frac{1}{4}$ Wasser.

Probe $\frac{3}{4}$ Eymer Wein kosten à 16 Fl. — 12 Fl.

135ste Aufg. Man weiß den Preis eines Maaßes von einer bessern und einer geringern Sorte Wein; man will wissen, wie viel von beyderley Sorte untereinander gemischt werden müsse, um dies Maaß auf einen verlangten Preiß zu bringen.

Der Theil vom guten $= x$
also vom geringern $= 1 - x$
Preiß des guten $= a$
des geringern $= b$
des verlangten $= c$

Nun inferirt man:

1 Maaß vom guten kostet . a
Was kostet x? kommt . ax
1 Maaß vom geringern kostet b
Was kostet $1 - x$? kommt . $b - bx$, addirt.

1 Maaß guten u. gering. verm., kostet $b + ax - bx$.

laut der Aufgabe war dies letztere $= c$, nemlich $=$ dem Preiß des Maaßes vom mittlern Wein,

demnach ist $b + ax - bx = c$
oder $b + (a - b)x = c$ b subtrah.

bleibt $(a - b)x = c - b$ mit a—b divid.

folgl. $x = \frac{c-b}{a-b}$ vom bessern.

Dem-

Demnach vom schlechtern $= 1 - x =$

$$= 1 - \frac{c-b}{a-b} = \frac{a-b-(c-b)}{a-b} = \frac{a-c}{a-b}$$

also vom bessern $\frac{c-b}{a-b}$

vom geringern $\frac{a-c}{a-b}$

Zur Erläuterung dieser allgemeinen Formeln mag die, vor der nächst vorhergehenden Aufgabe dienen.

Hier ist $a = 42$, $b = 24$, $c = 30$

also von einem Eymer guten Wein nimmt man $\frac{c-b}{a-b}$

$$= \frac{30-24}{42-24} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3},$$

und vom schlechten $\frac{a-c}{a-b} = \frac{42-30}{42-24} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$.

Dies letztere hätte ich nicht nöthig gehabt nach der Formel zu berechnen, indem ich schliessen konnte, von 1 Eymer guten Wein nehme ich $\frac{1}{3}$, also fehlen noch $\frac{2}{3}$ zum Ganzen, diese nehme ich offenbar vom schlechten Weine. Hiermit wäre die dort gegebene Aufgabe noch nicht völlig aufgelöst, denn sie verlangt nicht zu wissen, wie viel ich zu einem Eymer gemischten Wein, sondern zu 15 Eymer gemischten Wein von jeder Sorte nehmen soll, und da muß ich denn weiter so schliessen: zu einem Eymer muß ich von dem guten Wein $\frac{1}{3}$ Eymer nehmen, also zu 15 Eymer $15 \cdot \frac{1}{3} = 5$ Eymer guten und also 10 Eymer vom schlechten, nemlich:

$15 - 5 = 10$ und 10 ist $= \frac{2}{3} \cdot 15$.

In der nächst vorhergehenden Aufgabe soll Wasser zum Wein gemischt werden. Wasser gilt gar nichts; mithin wird in den Formeln,

$\frac{c-b}{a-b}$ und $\frac{a-c}{a-b}$, für diesen Fall $b = 0$,

und wir haben alsdann folgende Formeln

$\frac{c}{a}$ und $\frac{a-c}{a}$

In

In der nächst vorhergehenden Aufgabe ist,

$$a = 16, \quad c = 12,$$

also $\frac{c}{a} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ Eymer Wein,

und $\frac{a-c}{a} = \frac{16-12}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ Eymer Wasser.

136ste Aufg. Ein Weinhändler hat zweyerley Sorten Weine; von dem besten kostet das Quart = a, von dem schlechtern = b, die Anzahl der Quarte, welche durch die Mischung hervorgebracht werden sollen = n, und der Preiß eines jeden Quarts dieser Mischung = c. Wie viel muß von jeder Sorte genommen werden?

Aufl. Von der bessern Sorte soll genommen werden x

also von der schlechtern ' = n — x

die x Quart der ersten Sorte kosten ax

die (n—x) = 2ten ' ' nb — bx

Zusammen kosten sie nb + (a — b)x

Die Mischung kostet n . c

Mithin muß seyn $nb + (a - b) = n \cdot c$

folgl. $x = \frac{n(c-b)}{a-b}$ so viel Quart von der bessern Sorte,

und also $n - x = n - \frac{n(c-b)}{a-b} = \frac{n(a-b) - n(c-b)}{a-b}$

$= \frac{n(a-b-c+b)}{a-b} = \frac{n(a-c)}{a-b}$ Quart von der 2ten Sorte

Es sey a = 1½ Thlr.
b = 20 Gr.
c = 1 Thlr. 6 Gr.
n = 50

so ist x = 31¼ } Quart.
und y = 18¾ }

137ste

137ste Aufg. Ein Weinhändler hat 40 Quart Wein, wovon er jedes Quart für 1 Thlr. 8 Gr verkauft. Da ihm aber dieser Preiß zu hoch dünkt, so will er so viel Wasser hinzugiessen, daß er das Quart des gemischten Weines für 20 Gr. verkaufen könne. Wie viel Wasser muß er zugiessen.

Aufl. x Quart Wasser muß man zugiessen, alsdenn erhält die Mischung $(40 + x)$ Quart. Die eben so viel als die 40 Quart Wein kosten, daher haben wir

$$\frac{4}{3} \cdot 40 = \frac{5}{6}(40 + x);$$
$$8 \cdot 40 = 5 \cdot 40 + 5 \cdot x;$$
$$3 \cdot 40 = 5 \cdot x$$

folgl. $3 \cdot 8 = 24 = x$ Quart Wasser.

138ste Aufg. Eine Frau will aus einer bestimmten Anzahl Pfund Flachs ein Stück leinewand spinnen lassen. Ihre große Magd erklärt sich, daß sie bey ihren übrigen Geschäften in 36 Tagen damit fertig werden wolle. Die kleine Magd gebraucht 48 Tage dazu. Da sie aber bald fertig seyn muß, geht sie mit beyden Mägden dabey, und verspinnt täglich noch $\frac{1}{8}$ ℔. Flachs mehr als die kleine Magd, daher werden sie gerade in 8 Tagen fertig. Wie viel Flachs ist nun da gewesen?

Aufl. Versponnen werden x ℔. Flachs.

Die große Magd spinnt täglich $\frac{x}{36}$
die kleine Magd . . $\frac{x}{48}$
die Frau . . $\frac{x}{48} + \frac{1}{8}$.

Alle drey zusammen spinnen täglich $\frac{5x}{72} + \frac{1}{8}$.

Daher in 8 Tagen $(\frac{5x}{72} + \frac{1}{8})\,8 = x$
$\frac{5x}{9} + 1 = x$
$1 = \frac{4}{9}x$

folgl. $2\frac{1}{4}$ ℔. $= x$.

139ste

139ste Aufg. Jemand frägt seinen Nachbarn, von dem er weiß, daß er einiges Geld zu 4 Procent aus stehen hat, wie viel Zinsen er jährlich einzunehmen habe. Dieser der gewohnt war seine Antworten in arithmetische Rätzel einzukleiden, antwortete: dividire den fünften Theil meines dir unbekannten Capitals, durch die jährlichen Zinsen, so bekömmst du 9 Thlr. weniger als ich jährlich Zinsen einnehme.

Aufl. Es sey das Capital x; so sind die einjährigen Zinsen desselben zu 4 Procent $= \frac{x}{25}$. Daher nach der Aussage

$$\left(\frac{x}{5} : \frac{x}{25}\right) + 9 = \frac{x}{25}$$
$$5 + 9 = 14 = \frac{x}{25}$$

folgl. $x = 350$ Thlr.

140ste Aufg. Wenn ein Capital x zu p Procent ausgeliehen wird, und man erhält nach n Jahren, ein Capital a, welches aus den Capital x und den n jährigen Zinsen bestehet. Wie groß muß x seyn?

Aufl. Die einjährigen Zinsen von dem Capital x sind $= \frac{px}{100}$, also beträgt dieses Capital x nach n Jahren

$$x + \frac{npx}{100} = a$$

folgl. $x = \frac{100\,a}{100 + np}$

Es sey $p = 5$ Procent
$n = 5$ Jahr.
$a = 2000$ Thlr.

so ist $x = 1600$ Thlr.

141ste Aufg. Man sucht ein Capital, welches zu 4 Procent in 20 Jahren mit den 20 jährigen einfachen Zinsen 500 Thlr. ausmacht. Wie groß muß dieses Capital seyn.

Aufl. Nach der vorhergehenden Aufgabe ist hier

$$p = 4$$
$$n = 20$$
$$a = 500$$

folgl. das gesuchte Capital $= 277\frac{7}{9}$ Thlr.

142ste Aufg. In einer Stadt liegen Reuter und Infanteristen, zusammen 300 Mann. Ein Infanterist bekömmt monatlich 5 Thlr., ein Reuter 8 Thlr. und der ganze Sold beträgt monatlich 1800 Thlr. Wie viel Reuter und wie viel Infanteristen waren in der Stadt?

Wir wollen annehmen, daß x Infanteristen in der Stadt gewesen sind, so haben wir $300 - x$ Reuter in der Stadt.

Die x Infanteristen bekommen also monatlich $5x$ Thlr. und die $300 - x$ Reuter $8(300 - x)$ addirt.

Inf. u. Reut. erh. also zusam. $5x + 8(300 - x) = 2400 - 3x$. Der ganze Sold beträgt monatlich 1800 Thlr.; mithin ist

$1800 = 2400 - 3x$ mit -1 multipl.

erhält man $-1800 = -2400 + 3x$ 2400 subtrah.

kommt $600 = 3x$ mit 3 divid.

folgl. $200 = x$ Infanteristen,
mithin 100 Reuter.

Probe. $200 \cdot 5 = 1000$ Thlr.
$100 \cdot 8 = 800$ Thlr.
Summa 1800 Thlr.

Wenn wir die Zahl der Reuter x nannten: so wären $300 - x$ Infanteristen gewesen.

Die x Reuter hätten monatlich $8x$ Thlr. erhalten,
und die $300 - x$ Infanteristen $5\,(300-x)$ Thlr. addirt.

Reuter u. Infanteristen zusam. $8x + 5\,(300 - x)$
$= 3x + 1500$;

Demnach muß $3x + 1500 = 1800$ seyn 1500 subtr.

bleibt $3x = 300$ mit 3 divid.

folgl. $x = 100$ Reuter und also
200 Infanterist. wie vorhin.

Diese Auflösung ist kürzer und leichter als die vorige, und ehe man unternimmt, eine Aufgabe aufzulösen, ist es nöthig erst zu überlegen, welches der kürzeste und leichteste Weg zum Ziele ist; Hierüber Regeln zu geben, ist unnöthig. Wer viele Aufgaben aufgelöst, und dabey mehrere Auflösungen einer Aufgabe versucht hat, wird sich selbst diese Kunstgriffe erwerben, und die dazu nöthigen Regeln erfinden.

Arithm Aufl. Wären es lauter Infanteristen, so wäre der monatliche Sold um 300 Thlr. zu viel, da nun ein Reuter 3 Thlr. mehr bekömmt, so bekommen 100 Thlr. Reuter 300 Thlr. mehr, folglich müssen es 200 Infanteristen und 100 Reuter gewesen seyn.

143ste Aufg. Eine Stadt hat 200 Brauhäuser, 400 große Bürgerhäuser, 500 Mittelhäuser und 600 kleine Häuser. In dieser Stadt sollen 3000 Soldaten einquartiert werden, und zwar soll ein großes Bürgerhaus halb so viel Mann als ein Brauhaus in Quartier haben, und ein Mittelhaus halb so viel als ein großes, und ein kleines halb so viel als ein Mittelhaus. Wie viel Soldaten hat jedes von den genannten Häusern einquartirt erhalten?

Setzen wir, daß ein Brauhaus zur Einquartirung x Soldaten erhält,

so erhält ein groß Bürgerhaus $\frac{x}{2}$
ein Mittelhauß = $\frac{x}{4}$
ein kleines Haus = $\frac{x}{8}$

also werden wir einquartiren in die 200 Brauhäuser, = 200 . x Soldaten, in die 400 große Bürgerh.

$400 . \frac{x}{2} = 200 . x$ in die 500 Mittelhäuser,
$500 . \frac{x}{4} = 125 . x$ und in die kleinen
$600 . \frac{x}{8} = 75 . x$ addirt, sämtl. Sold. so in der Stadt einq. sind $= 600 . x$ Soldaten.

Wir haben daher folgende Gleichung:

$600x = 3000$ mit 600 divid.

folgl. $x = 5$ Mann, so viel erhält ein Brauhaus Einquartirung.

Mithin erhält ein groß Bürgerhaus $\frac{5}{2}$ Mann, oder 2 große Bürgerhäuser erhalten 5 Mann. Ein Mittelhaus bekommt $\frac{5}{4}$ Mann, oder 4 Mittelhäuser erhalten zusammen 5 Mann, und ein kleines Haus erhält $\frac{5}{8}$ Mann, oder 8 kleine Häuser bekommen 5 Mann.

Arithm Aufl. Da nach der Aufgabe, wenn in einem Brauhause 1 Soldat quardirt werden kann, in der ganzen Stadt überhaupt 600 aufgenommen werden können, so hat man ja nur nöthig die 3000 durch 600 zu dividiren, um die Bestimmung der Einquartierung für ein Brauhaus zu erhalten.

Probe.

200 Brauhäuser erhalten also	1000	Mann,
400 große Bürgerhäuser	1000	=
500 Mittelhäuser	625	=
600 kleine Häuser	365	=
add.		
Summa	3000	Mann.

Wie die Aufgabe angiebt.

144ste Aufg. Eine Stadt ist in drey Theile abgetheilet, und soll 9000 Thlr. Kontribution zusammenbringen, dergestalt, daß der 2te Theil 2mal so viel zahlet als der 1ste weniger 17 Thlr. Der 3te Theil $\frac{2}{3}$ so viel als der erste und noch 11 Thlr. Wie viel muß jeder Theil zusammen bringen?

Das, was der erste Theil der Stadt an Thlr. gegeben hat, wollen wir mit x bezeichnen, so werden wir also finden:

den ersten Theil $= x$
den 2ten Theil $= 2x - 17$
den 3ten Theil $= \frac{2}{3}x + 11$

Summa aller Theile $3x + \frac{2}{3}x - 6 = \frac{11}{3}x - 6$.

Der Aufgabe gemäß muß
$\frac{11}{3}x - 6 = 9000$ Thlr. seyn, 6 addirt.

giebt $\frac{11}{3}x = 9006$ mit $\frac{11}{3}$ divid.

folgl. $x = \frac{9006}{11} \cdot 3 = 2456\frac{2}{11}$ Thlr.
mithin der 2te Theil $4895\frac{4}{11}$ Thlr.
und der 3te Theil $1648\frac{5}{11}$ Thlr.

Summa 9000 Thlr.

145ste Aufg. Zwanzig Personen, Männer und Weiber, sind in einem Wirthshause. Die Männer verzehren zusammen 24 Fl., alle Weiber zusammen auch 24 Fl, und man weiß, daß ein Mann einen Gulden mehr zahlen muste, als ein Weib, welches 2 Gulden zahlte. Wie viel Männer und wie viel Weiber waren da?

Setzen wir die Anzahl der Männer gleich x: so ist die Anzahl der Weiber gleich $20 - x$. Da nun die $20 - x$ Weiber zusammen 24 Fl. verzehrt haben; so hat jedes $\frac{24}{20 - x}$ Fl. verzehrt.

Es muß daher $\frac{24}{20-x} = 2$ Fl. seyn, mit 20—x mul.

giebt $24 = 40 - 2x$ 2x addirt.

giebt $2x + 24 = 40$ 24 subtrah.

bleibt $2x = 16$ mit 2 divid.

folgl. $x = 8$ Männer.

Die Zahl der Weiber wäre also gewesen $20 - 8 = 12$.

Probe. 12 Weiber verzehren demnach $2 \cdot 12 = 24$ Fl., und 8 Männer verzehren $8 \cdot 3 = 24$ Fl. ganz den Bedingungen der Aufgabe gemäß.

Ueberlegen wir die gegebenen Bedingungen dieser Aufgabe genau, so werden wir finden, daß eine Bedingung überflüßig ist, nemlich: daß ein Mann einen Gulden mehr zahlen muste, als ein Weib; denn diese Bedingung haben wir zur Auflösung dieser Aufgabe nicht nöthig: indessen giebt man öfters aus Vorsatz solche Aufgaben, um zu sehen, ob der, dem die Aufgabe gegeben wird, sich ihm darbietende Vortheile gehörig zu benutzen weiß. Ich werde Anfängern an dieser Aufgabe zeigen, wie nützlich es ist, vorhero die Aufgabe genau zu durchdenken, ehe man den Calcul anfängt.

Weit kürzer wird nemlich die Auflösung dieser Aufgabe dadurch, da ich weiß, daß ein Mann 1 Fl. mehr als die Frau, folglich 3 Gulden bezahlt.

Denn da x Männer zusammen 24 Fl. verzehren, so verzehrt einer $\frac{24}{x}$ Fl.

mithin ist $\frac{24}{x} = 3$ Fl. mit x multipl.

giebt $24 = 3 \cdot x$ mit 3 divid.

folgl. $8 = x$ Mann, wie zuvor.

Betrachte ich aber die Aufgabe noch genauer, so ist es nicht einmal nöthig, die Zahl der Männer $= x$ zu

setzen,

seßen, und auf die vorhin angezeigten zwey Arten x zu finden; man überlege nur, daß, da alle Männer zusammen 24 Fl. verzehren, und jeder 3 Gulden verzehrt, so haben wir $\frac{24}{3} = 8$ Männer. Wie viel unnütze Schreiberey können wir also durch Ueberlegung vermeiden? Ungleich schwerer ist die Aufgabe, wenn sie, wie folget, gegeben wurde.

20 Personen Männer und Weiber sind in einem Wirthshause, die Männer verzehren 24 Fl., eben so viel verzehren die Weiber, und man weiß daß jeder Mann 1 Fl. mehr verzehrt, als eine Frau. Die Auflösung dieser Aufgabe führt zu einer unreinen quadratischen Gleichung, und wir werden die Auflösung bis dahin versparen.

146ste Aufg. Einer wollte ein Landgut um baares Geld kaufen, hatte aber sein Vermögen in Capitalien stehen, deswegen wollte er jedem seiner Schuldner etwas aufkündigen; damit er sein übriges Vermögen bey seinen guten Schuldnern vertheilt behielte. Wenn er nun Jedem 200 Thlr. aufkündigt, so hat er 700 Thlr zu viel; und wenn er Jedem 150 Thlr. aufkündigt, so hat er 1100 Thlr. zu wenig. Nun ist die Frage, wie viel er Jedem aufkündigen müsse, daß er weder zu viel noch zu wenig zu diesem Kaufschillinge habe?

Aufl. Die Anzahl der Schuldner sey x.

Die Bedingungen der Aufgabe geben für das Kaufgeld des Landguts folgende zwei Gleichungen:

$$200x - 700$$

und $150x + 1100$

Diese von einander abgezogen geben

$$50x - 1800 = 0$$

folgl. $x = 36$;

Das Landguth muß also 6500 Thlr. gekostet haben, und jedem Schuldner ist dazu aufgekündiget worden $\frac{6500}{36}$ $= 180\frac{5}{9}$ Thlr.

147ste Aufg. Ich kaufte Tuch, fünf Ellen für sieben Thlr., und verkaufte es wieder, sieben Ellen für eilf Thlr. Bey den Handel habe ich 100 Thlr. gewonnen. Wie viel Ellen Tuch sind es gewesen?

Aufl. Es sey x die Anzahl der Ellen,
so hat man $5 : 7 = x$: Einkaufspreiß
und $7 : 11 = x$: Verkaufspreiß,
daher der Einkaufspreiß $= \frac{7}{5}x$
der Verkaufspreiß $= \frac{11}{7}x$.

Daher nach der Angabe $\frac{7x}{5} + 100 = \frac{11}{7}x$,

folgl. $x = 583\frac{1}{3}$ Ellen.

Der Einkaufspreiß $= 816\frac{2}{3}$ Thlr.
der Verkaufspreiß $= 916\frac{2}{3}$ Thlr.

Arithm. Aufl. Beym Verkauf kostet eine Elle $\frac{11}{7}$ Thlr. und beym Einkauf $\frac{7}{5}$ Thlr.; folgl. gewinne ich an jeder Elle $\frac{11}{7} - \frac{7}{5} = \frac{6}{35}$ Thlr.

Daher $\frac{6}{35}$ Thlr.: 100 Thlr. $= 1$: Anzahl Ellen,
folgl. müssen es $583\frac{1}{3}$ Ellen gewesen seyn.

148ste Aufg. Ich habe 2 und 8 Groschenstücken, und es will jemand von mir 15 Stück Geld haben, welche grade $3\frac{1}{2}$ Thlr. werth seyn sollen. Kann ich dieses mit meinen beyden Geldsorten möglich machen, und wie viel Stücke muß ich von jeder Sorte geben?

Erste Aufl. Gesetzt ich brauchte x Zweygroschenstücke, also $15 - x$ Achtgroschenstücke, um die Bedingung der Aufgabe zu erfüllen: so muß

$2x + 8(15 - x) = 120 - 6x = 24 \cdot 3\frac{1}{2}$ seyn,
oder $120 - 6x = 84$ Gr. 84 subtrah.
bleibt $36 - 6x = 0$ $6x$ addirt.
giebt $36 = 6x$ mit 6 divid.
$6 = x$ Zweygroschenstücke,
demnach $15 - 6 = 9$ Achtgroschenstücke.

Probe. 6 Zweygroschenstück machen $\frac{1}{2}$ Thlr.
9 Achtgroschenstück machen 3 =
Summa $3\frac{1}{2}$ Thlr.

Andere Aufl. Es sey ebenfalls x die Zahl der Zweygroschenstücke, so ist $15 - x$ die Zahl der Achtgroschenstücke, und es muß

$\frac{1}{1\frac{1}{2}}x + \frac{1}{3}(15 - x) = 3\frac{1}{2}$ Thlr.
oder $5 - \frac{1}{4}x = 3\frac{1}{2}$ Thlr. $\frac{1}{4}x$ addirt.
giebt $5 = 3\frac{1}{2} + \frac{1}{4}x$ $3\frac{1}{2}$ subtrah.
bleibt $1\frac{1}{2} = \frac{1}{4}x$ mit 4 multipl.
$6 = x$ Zweygroschenst. wie vorhin.

Dritte Aufl. Man nenne die Zahl der Achtgroschenstücke x, so ist die Zahl der Zweygroschenstücke $= 15 - x$,

mithin $\frac{1}{3}x + \frac{1}{1\frac{1}{2}}(15 - x) = 3\frac{1}{2}$ Thlr.
oder $\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} = 3\frac{1}{2}$ Thlr. mit 4 multipl.
kömmt $x + 5 = 14$ 5 subtrah.
folgl. $x = 9$ Achtgroschenstücke, wie vorhin.

Arithm. Aufl. Würde man lauter Zweygroschenstücke geben, so würde es um 54 Gr. zu wenig, da nun ein Achtgroschenstück 6 Gr. mehr als ein Zweygroschenstück enthält, so braucht man ja nur, um die fehlenden 54 Gr. zu ersetzen, 9 Achtgroschenstücke statt 9 Zweygroschenstücke zu nehmen.

Welche Auflösung ist die kürzeste?

149ste Aufg. Jemand verlangt 17 Geldstücke, nemlich Vier- und Sechsgroschenstücke für 3 Thlr. 18 Gr. Wie viele Stücke von jeder Sorte kann man ihm dafür geben?

Aufl. x Viergroschenstücke und daher $(17 - x)$ Sechsgroschenstücke, daher die Gleichung:

$4x + 6(17 - x) = 90$ Groschen, daraus

ist $x = 6$ Viergroschenstücke,

und also $17 - x = 11$ Sechsgroschenstücke.

150ste Aufg. Ich habe in einzeln Groschen und in Viergroschenstücken 15 Stück bey mir, die grade einen Thlr. betragen. Wie viel Stücke habe ich von jeder Sorte?

Antwort. 12 Groschenstücke und 3 Viergroschenstücke.

151ste Aufg. Ein Wechsler hat zweyerley Münzen, von der erstern gelten 10 Stück einen Thaler, von der andern 20 Stück 1 Thlr. Nun verlangt jemand 17 Stück für einen Thlr. Wie viel bekömmt er von jeder Sorte?

Antwort. Von der ersten 3 Stück, von der zweyten 14 Stück.

152ste Aufg. Eine Stadt sollte einen Tribut erlegen. Nachdem jedes Haus 5 Thlr. gegeben hatte, so fehlten noch 42 Thlr. zur verlangten Summe. Nachdem jedes Haus noch 1 Thlr. nachgegeben, also überhaupt 6 Thlr. gegeben hatte, so blieben 58 Thlr. übrig. Wie viel Häuser waren in der Stadt? und wie hoch war der Tribut?

Setzen wir die Anzahl der Häuser gleich x, so ist

$5x + 42 =$ der verlangten Summe,

und ebenfalls $6x - 58 =$ der verlangten Summe,

mithin $6x - 58 = 5x + 42$. 58 addirt.

giebt $6x = 5x + 100$ 5x subtrah.

folgl. $x = 100$ Häuser.

Der ganze Tribut, den also die Stadt zu erlegen hatte, war 542 Thlr.

Probe. 100 Häuser à 5 Thlr. Tribut, macht 500 Thlr.
fehlen also noch an der verlangten Summe
42 Thlr.
100 Häuser à 6 Thlr. Tribut, beträgt 600 Thlr.,
ist also 58 mehr, als es seyn soll.

153ste Aufg. Nachdem von einer Gesellschaft jede Person 4 Thlr. geboten hatte, hatte man 20 Thlr. zu wenig, um die ganze Zeche zu bezahlen, und nachdem jeder noch 2 Thlr. nachgeschossen hatte, so behielt man nach Bezahlung der Zeche noch 30 Thlr. übrig. Wie viel Personen waren in der Gesellschaft, und wie hoch belief sich die Zeche?

Es mögen x Personen gewesen seyn, so betrug die ganze
Zeche $= 4x + 20$ Thlr.
oder auch $6x - 30$ Thlr.
mithin $6x - 30 = 4x + 20$ 4x subtrah.

bleibt $2x - 30 = 20$ mit 2 divid.

kommt $x - 15 = 10$ 15 addirt.

folgl. $x = 25$ Personen.
Die ganze Zeche betrug also 120 Thlr.

Probe. 25 Personen, jede giebt 4 Thlr., macht 100 Thlr., also 20 zu wenig.
Giebt jede Person aber 6 Thlr., so erhält man von 25 Personen 150 Thlr., also 30 Thlr zu viel.

154ste

154ste Aufg. Ein Meister hatte mit einem Gesellen den Kontrakt geschlossen, daß er ihm für jeden Tag, wo er arbeiten könnte, ausser der Kost noch 8 Gr. gebe; für jeden Tag aber, wo er nicht arbeiten würde, 2 Gr. für die Kost bezahlt haben wollte. Als der Meister nach Verlauf von 15 Tagen seinem Gesellen 3 Thlr. ausgezahlt hatte: so sagte dieser zu seinen Freunden, daß der Meister ihm 8 Gr. zu wenig gegeben hätte, denn, wenn er gleich nicht mehr wüßte, wie viel Tage er gearbeitet, so habe er doch immer von einem Tage zum andern in Gedanken behalten, wie viel ihm der Meister noch schuldig sey. Wie viel Tage hatte der Geselle gearbeitet?

Antwort. x Tage hat er gearbeitet, und also $(15 - x)$ nicht gearbeitet.

Für x Tage erhält er von dem Meister $8x$ Gr.
Für $(15 - x)$ Tage bezahlt er für Kost $30 - 2x$ Gr.

folgl. erhält er noch $10x - 30$ Gr.

Der Meister hätte ihm statt 3 Thlr., 3 Thlr. 8 Gr. = 80 Gr. geben sollen,

demnach muß $10x - 30 = 80$ seyn | 10 divid.

giebt $x - 3 = 8$ | 3 addirt.

folgl. $x = 11$ Tage gearbeitet.

155ste Aufg. Ein Meister verspricht seinem Gesellen für jeden Tag, den er für ihn arbeitet, 8 Gr.; arbeitet er aber anderswo, so muß der Geselle ihm für die Kost 5 Gr. bezahlen. Nachdem 50 Tage verflossen waren, halten sie Abrechnung, und der Geselle empfängt 9 Thlr. 2 Gr. Wie viel Tage hat er demnach für seinen Herrn gearbeitet?

Aufl. Wenn er x Tage gearbeitet, so hat er $(50 - x)$ Tage nicht für den Meister gearbeitet.

Für x Tage erhält er an Arbeitslohn $\frac{x}{3}$ Thlr.
An Kostgeld muß er für $(50 - x)$ Tage bezahlen $\frac{5}{24}(50 - x)$ Thlr. Mithin erhält er nur noch $\frac{1}{3}x - \frac{5}{24}(50 - x) = 9\frac{1}{12}$ Thlr.

$$8x - 250 + 5x = 218$$
$$13x = 468$$

folgl. $x = 36$ Tagen.

156ste Aufg. Es will Jemand Rocken, wovon der Scheffel 2 Thlr. und Gerste, wovon der Scheffel $1\frac{1}{4}$ Thlr. kostet, dergestalt vermischen, daß ein Scheffel dieses vermischten Getraides auf $1\frac{1}{2}$ Thlr. zu stehen kommt. Wie viel Rocken und wie viel Gerste muß er zu einem Scheffel vermischten Getraides nehmen.

Aufl. Zu einem Scheffel des Gemischten nimmt man den Theil x an Rocken, und also $1 - x$ an Gerste, die beyden Theile kosten

$$2x + \tfrac{5}{4}(1 - x) = 2x + \tfrac{5}{4} - \tfrac{5}{4}x = \tfrac{3}{4}x + \tfrac{5}{4}$$

und dieses muß also gleich $\frac{3}{2}$ Thlr. betragen,

daher $\frac{3}{4}x = \frac{6}{4} - \frac{5}{8} = \frac{1}{4}$

folgl. $x = \frac{1}{3}$ Scheffel Rocken
und $1 - x = \frac{2}{3}$ Scheffel Gerste.

157ste Aufg. Ein Maaß guter Wein kostet 15 Gr., der schlechte 9 Gr., man will aus diesen beyden Weinen einen mittlern Wein machen, wovon das Maaß 13 Gr. kosten soll. Wie viel nehme ich vom guten und schlechten Weine?

Denjenigen Theil, den ich von einem Maaß guten Wein nehmen muß, wollen wir mit x bezeichnen, so ist $1 - x$ der Theil von einem Maaß schlechten Wein.

Der

Der x Theil von einem Maaß guten Wein, wird also = = 15x Gr. kosten, und der $(1-x)$ Theil von einem Maaß schlechten, kostet = 9 — 9x addirt.

giebt $9 + 6x$ Gr.

und diese Summe muß den Bedingungen der Aufgabe gemäß gleich 13 Gr. seyn,

also $9 + 6x = 13$ 9 subtrah.

bleibt $6x = 4$ mit 6 divid.

folgl. $x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ Maaß von dem guten Weine, und also $\frac{1}{3}$ Maaß von dem schlechten Weine.

Arithm. Aufl. Der gemischte Wein soll 4 Gr. mehr kosten, als der schlechte, da nun der Aufgabe zufolge, $\frac{2}{3}$ des guten Weins 4 Gr. mehr kostet, als $\frac{2}{3}$ des schlechten, so muß nothwendig der gemischte Wein $\frac{2}{3}$ guten und $\frac{1}{3}$ schlechten Wein enthalten.

Anders. Da der gute Wein $15-9=6$ Gr. mehr kostet als der schlechte und der gemischte nur $13-9=4$ Gr. mehr kostet als der schlechte Wein, so setzt man zu $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ guten Wein $\frac{1}{3}$ des schlechten.

Probe.

$\frac{2}{3}$ Maaß Wein à 15 Gr.,	kostet	10 Gr.
$\frac{1}{3}$ Maaß Wein à 9 Gr.	=	3 Gr.
Summa		13 Gr.

158ste Aufg. Ein Goldschmidt hat 14löthiges und 11löthiges Silber, er will aus beyden 8 loth 12löthiges Silber zusammenmischen. Wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

Aufl. Zu der Mischung nimmt er x loth 14löthiges, also $(8-x)$ loth 11löthiges. In den x loth 14löthigen ist an reinen Silber enthalten $14x$ loth, und in dem $(8-x)$ loth 11löth. ist $(88-11x)$ loth reines Silber enthal-

halten, da nun in den 8 loth 12löth. Silber 96 loth rein Silber enthalten sind, so muß der Bedingung gemäß

$$14x + 88 - 11x = 96 \text{ seyn}$$
$$3x = 8$$
folgl. $x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ loth 14löthiges,
und $8 - x = 5\frac{1}{3}$ loth 11löthiges.

159ste Aufg. 20 Personen, Männer und Weiber, verzehren zusammen in einem Wirthshause 6 Thlr.; ein Mann verzehrt 8 Gr. und ein Weib 7 Gr. Wie viel waren es Männer und Weiber?

Man setze, es sey die Anzahl der Männer $= x$,
so ist die Anzahl der Weiber $= 20 - x$,
— Ein Mann verzehrt 8 Gr., also
verzehren x Männer : : $8x$ Gr.
Ein Weib verzehrt 7 Gr., also
$(20-x)$ Weiber $(20-x)$ 7 Gr. $= 140 - 7x$ Gr. add.
Summa $140 + x$ Gr. welches Männer und Weiber zusammen verzehren.

Es ist aber bekannt, daß sie 6 Thlr. $= 144$ Gr. zusammen verzehren, folglich erhalten wir folgende Gleichung, $140 + x = 144$ 140 subtrah.
folgl. $x = 4$ gleich der Anzahl der Männer,
mithin $20 - 4 = 16$ Weiber.

Probe. 4 Männer verz. $8 \cdot 4$ Gr $= 32$ Gr.
16 Weiber $7 \cdot 16$ Gr. $= 112$ Gr.
Sum. 20 Personen verzehren 144 Gr. $=$ 6 Thlr.

160ste Aufg. 4 Männer und 16 Weiber verzehren zusammen 6 Thlr. $= 144$ Gr., und zwar 1 Mann 1 Gr. mehr als eine Frau. Wie viel hat ein Mann, wie viel eine Frau verzehrt?

Setzen wir, eine Frau habe x Gr. verzehrt, so hat ein Mann $x + 1$ Gr. verzehrt.

Also

Also 16 Weiber verzehren 16x Gr.
und 4 Männer , = 4x + 4 Gr.

Summa 20x + 4 Gr., so viel hätten sie also zusammen verzehrt.

Letzteres giebt die Aufgabe zu 144 Gr. an,
mithin muß 20x + 4 Gr. = 144 Gr. seyn 4 subtr.

bleibt 20x = 140 Gr. mit 20 divid.

folgl. x = 7 Gr., so viel verzehr. eine Frau.
und also verzehrte ein Mann 8 Gr.

Arithm. Aufl. Da ein Mann 1 Gr. mehr verzehrt, als eine Frau, so verzehren 4 Männer offenbar zusammen 4 Gr. mehr, also bleiben noch 144 — 4 = 440 Gr. übrig, und diese werden von 20 Personen verzehrt, also kommt auf jede Person $\frac{140}{20}$ = 7 Gr. Die Frauen haben also jede 7 und jeder Mann 8 Gr. verzehrt.

Probe. 16 Weiber verzehren 7 . 16 = 112 Gr.
4 Männer , 4 . 8 = 32 Gr.

Summa 144 Gr.

161ste Aufg. Ein Bauer bringt einen Korb mit Eyer zu Markte, und bietet jedes Ey für 7 Pfennige aus. Ein Vorübergehender stößt zufällig mit dem Fuße daran, und zerbricht ihm dadurch 5 von seinen Eyern. Als er Ersatz erhalten, steckt er das empfangene Geld ein, und beschließt, die noch übrigen für 8 Pf. das Stück zu verkaufen, weil er alsdenn eben so viel daraus lösen würde, als er vorher aus seiner vollen Anzahl gelößt hätte, und das eingesteckte Geld noch überdies profitiren würde. Wie viel Eyer brachte der Bauer zu Markte?

Aufl. Zu Markte bringt er x Eyer. Er hatte also (x + 5) Eyer, aus denen er zu lösen gedachte 7(x + 5) = (7x + 35) Pfennige.

Jetzt

Jetzt will er aus x Eyern lösen $8x$ Pf., und da dieses so viel betragen soll, als das Geld für die $(x+5)$ Eyer à 7 Pf., so hat man

$$8x = 7x + 35$$

folgl. $x = 35$ Eyer, die er noch zu Markte bringt. Gehabt hat er also überhaupt 40 Eyer.

162ste Aufg. Jemand, der Citronen trug, wurde gefragt, wie viel Stück es wären. Da er ein guter Rechner war, so antwortete er auf folgende räthselhaft klingende Art: Mir kostet das Dutzend von diesen Citronen 18 Gr.; hätte ich aber die 5 noch erhalten, die ich als Zugabe verlangte, so würde mir das Dutzend $2\frac{1}{2}$ Gr. weniger gekostet haben. Wie viel Stück hatte er demnach gekauft?

Aufl. Wenn er x Stück gehabt hat, so kosten ihm diese $1\frac{8}{12}x = \frac{3}{2}x$ Groschen, $(x+5)$ Stück, würden ihm gekostet haben $\frac{15\frac{1}{2}}{12} \cdot (x+5)$.

laut der Aufgabe

muß $\frac{3}{2}x = \frac{31}{24}(x+5)$ seyn,

also $36x = 31x + 155$

folgl. $x = 31$ Stück.

163ste Aufg. Ein Kaufmann läßt sich ein Stück Tuch kommen, und bezahlt für die Elle $2\frac{1}{2}$ Thlr. Er findet beym Nachmessen, daß solches zwar 5 Ellen mehr hatte, als es ihm angerechnet worden, daß es aber von so schlechter Beschaffenheit sey, daß, bey der Unmöglichkeit es wieder zurück zu schicken, er sich genöthiget siehet, die Elle für 2 Thlr. zu verkaufen. Er berechnet, daß er dies nur mit einem Verluste von $13\frac{1}{3}$ Procent thun könne. Wie viel Ellen hält das Stück?

Aufl. Das Stück enthalte wirklich x Ellen, so lößt er daraus 2x Thlr., hat aber dafür bezahlt $\frac{5}{2}(x-5)$ Thlr. Hat also Verlust $\frac{x-25}{2}$ Thlr. Nach dem angegebenen Procente finden wir, daß dieser Verlust auch gleich $\frac{x-5}{3}$ seyn muß

daher $\frac{x-25}{2} = \frac{x-5}{3}$

folgl. $x = 65$ Ellen.

bezahlt hat er nur 60 Ellen.

164ste Aufg. Ein Haase entflieht, und macht in jeder Secunde 7 Springe. Nach 8 Secunden verfolgt ihm ein Hund von dem nemlichen Ort aus, und legt in jeder Secunde einen Weg von 9 Haasensprüngen zurück. Wenn wird der Hund den Haasen einholen; und welchen Weg wird jeder zurück gelegt haben?

Arithm. Da der Haase 8 Stunden vor dem Hund entflohen, und in jeder Secunde 7 Sprünge zurückgelegt hat; so ist er um 56 Sprünge voraus. Weil nun der Hund jede Secunde 9 solche Sprünge macht, indessen der Haase nur sieben zurücklegt; so nähern sie sich einander in jeder Secunde um zwey Haasensprünge. Die Anzahl der Secunden des Hundes muß daher so beschaffen seyn, daß zwey Sprünge so oft wiederholt, als jene Anzahl besagt, 56 Sprünge ausmachen. Diese Anzahl von Secunden ist also die Hälfte von 56, nemlich 28.

Anzahl der Secunden des Hundes 28
" " Haasens 36
Weg des Hundes 28 . 9 = 252
" Haasens 36 . 7 = 252

Algebr. Ben. Anzahl der Secunden des Hundes x
" " Haasens x + 8
Weg des Hundes 9x
" Haasens 7x + 56.

Bed.

Bed. $9x = 7x + 56$.

Red. $2x = 56$ (indem man $7x$ auf beiden Seiten abzieht.)

$x = 28$ (indem man jede Seite durch 2 divid.)

Aufl. $x = 28$ Secunden die Zeit des Hundes,

$x + x = 36$ " " Haasens.

$9x = 252$ Sprünge od. Weg des Hundes,

$7x + 56 = 252$ " " " Haasens.

Probe. $252 = 252$.

Anmerk. Diese Aufgabe ist sehr wenig von der 7 bis 10ten Aufgabe verschieden. Nemlich die Geschwindigkeit des Haasens ist $\frac{7}{9}$ der Geschwindigkeit des Hundes; der in gleicher Zeit von dem Haasen zurückgelegte Weg ist $\frac{7}{9}$ vom Wege des Hundes; und der Unterschied dieser Wege beträgt $\frac{2}{9}$ von dem des letztern. Da aber der Haase 56 Sprünge voraus ist, so muß der Unterschied der von dem Hunde und dem Haasen während der in Zeit des erstern zurückgelegte Wege 56 Sprünge machen. Folglich sind $\frac{2}{9}$ vom Wege des Hundes $56\frac{1}{9}$; dieser Weg ist 28 Sprünge, und der ganze Weg des Hundes ist $9.28 = 252$ Sprünge.

165ste Aufg. Drey Personen A, B, C haben zusammen 144 Thl. A und B zus. haben 2mal so viel als C; A und C zus. haben 3mal so viel als B. Wie viel hat Jeder?

Arithm. Aufl. Weil die Summe des Vermögens von A und B das doppelte von dem ist, was C hat: so ist das Vermögen von C ein Drittel der Summe des des Vermögens aller drey Personen, nemlich ein Drittel von 144 Thlr. also 48 Thlr. Eben so, weil die Summe des Vermögens von A und C das dreyfache von dem ist, was B hat, ist die Summe des Vermögens der drey Personen des vierfachen des Vermögens von B; dieses ist also $\frac{1}{4}$ der Summe des Vermögens der drey

Per-

Personen, nemlich $\frac{1}{4}$ von 144 Thlr., d. i. 36 Thlr. die Summe des Vermögens von B und C ist 48 + 36 Thlr. = 84 Thlr. A hat mithin 144 Thlr. — 84 Thlr. = 60 Thlr.

Algebr. Ben. Vermögen von C = x
Summe des Verm. von A und B 2x
Summe des Verm. aller drey 3x

Bed. $3x = 144$.

Red. und Aufl. $x = \frac{144}{3} = 48$ Thlr. Verm. von C
$2x = 96$ Thlr. Sum. des Verm. v. A u. B.

Eben so ist, das Vermögen von B = y gesetzt,
die Summe des Verm. von A und C 3y
und die Summe des Verm. aller drey 4y

Bed. $4y = 144$.

Red. und Aufl. $y = \frac{144}{4} = 36$ Thlr. Verm. von B,
$3y = 108$ Summe des Verm. von A und C.

Da A und B 96 Thlr. haben, und B 36 Thlr. hat, so hat A, 60 Thlr.

Anmerk. Diese Aufgabe zerfällt also in zwey, welche der 7 bis 10ten Aufgabe ähnlich sind.

166ste Aufg. Bey der Abstimmung einer Versammlung von 144 Personen über zwey Mitbewerber um ein Amt hat der eine A 30 Stimmen mehr bekommen, als der ander B. Wie viel Stimmen hat jeder von ihnen bekommen.

Arithm. Aufl. Wären gleichviel Stimmen für jeden gefallen; so hätte jeder 72 bekommen. Für jede Stimme über 72, die auf A fallen, bekommt B eine weniger als 72 (damit die Summe der Stimmen immer 144 bleibe). Eine Stimme Unterschied zwischen 72 in der Zahl der Stimmen, die einer der beyden Candidaten erhält, macht also einen Unterschied von

zwey

zwey Stimmen zwischen der Stimmenzahl, welche die zwey Mitbewerber erhielten. Folglich ist überhaupt der Unterschied der für sie fallenden Stimmen das doppelte des Unterschiedes zwischen 72 und der Stimmenzahl eines jeden: und dieser letzte Unterschied ist die Hälfte des erstern. Nun ist der erste Unterschied 30; folglich der 2te 15. A hat also 15 Stimmen mehr als 72, nemlich 87; und B 15 Stimmen weniger als 72, d. i. 57 bekommen.

Anders. Wäre die Anzahl der Wählenden nur 30 gewesen; so hätte A alle Stimmen bekommen. Es sind aber der Wählenden 114 mehr. Damit also A nun 30 Stimmen mehr als B erhalte: so müssen diese 114 Wählende ihre Stimme unter die zwey Canditaten gleich vertheilen.

Folglich bekommt B die Hälfte von 114 Stimmen, d. i. 57; und A, welcher 30 Stimmen mehr bekommt, erhält deren 87.

Algebr. Ben. Stimmen für B x

" " A $x + 30$

Summe der Stimmen $2x + 30$

Bed. $2x + 30 = 144$.

Red. $2x = 114$ (indem man auf beyden Seiten 30 abzieht)

$x = 57$ (indem man jede Seite durch 2 divid.)

Aufl. $x = 57$ Stimmen für B

$x + 30 = 87$ " " A

$2x + 30 = 144$ Summe der Stimmen.

Probe. $100 = 100$.

167 Aufg. Das Vermögen von 3 Personen A, B, C ist folgendermaßen beschaffen:

die Summe des Vermögens von A u. B ist 100 Thlr.

" " " A u. C ist 120 Thlr.

" " " B u. C ist 144 Thlr.

Wie viel hat jede?

Arithm. Diese Aufgabe läßt sich folgendermaßen auf die vorhergehende zurückführen. Addirt man zu dem Vermögen von A einmal das Vermögen von B, und das anderemal das Vermögen von C: so erhält man das zweytemal 20 Thlr. mehr, als das erstemal. Folglich übertrifft das Vermögen von C das von B um 20 Thlr. Die Summe des Vermögens von B und C ist aber 144 Thlr. Folglich sind nach der vorgehenden Aufgabe das Vermögen von B und C 62 und 82 Thlr., und das Vermögen von A beträgt 38 Thlr.

Wirklich sind 38 + 62 = 100
38 + 62 = 120
62 + 82 = 144.

Anders. Da die Summen des Vermögens von A und des Vermögens jeder der beyden B und C; desgleichen die Summen des Vermögens von B und des Vermögens jeder der beyden A und C, und endlich die Summen des Vermögens von C und des Vermögens jeder der beyden A und B angegeben sind: so ist die Summe der drey angegebenen Vermögen das Doppelte der Summe ihrer einzelnen gesuchten Vermögen. Diese ist also die Hälfte von 364 Thlr., d. i. 182 Thlr. Und was jede hat, ist der Ueberschuß von 182,

für	A,	B,	C,
aber	144,	120,	100,
mithin	38,	62,	82.

Algebr. Ben.

Vermögen von	A		x
=	B		$100 - x$
=	C		$120 - x$
Summe des Vermögens von B u. C			$220 - 2x$.

Bed. $220 - 2x = 144$.

Red. $220 = 144 + 2x$ (ind. man auf beyd. Seit. $2x$ add.)
$76 = 2x$ (ind. man auf beyd. Seit 144 subtr.)
$38 = x$ (ind. man auf beyd. S. durch 2 divid.)

Aufl. $x = 38$ Vermögen von A
$100 - x = 62$ " " B
$120 - x = 82$ " " C
$220 - 2x = 144$ Summe des Verm. v. C u. B.

Probe. $144 = 144$.

Anders Ben. Summe des Verm. der drey Personen y
Vermögen von A " $y - 144$
" " B " $y - 120$
" " C " $y - 100$
Summe des gesammten Vermögens $3y - 364$.

Bed. $3x - 364 = x$
Red. $3x = x + 364$ (indem man beiderf. 364 addirt.)
$2x = 364$ (ind. man beiderf. x abzieht.)
$x = 182$ (ind. man beiderf. durch 2 divid.)

Aufl. $x = 182$ Summe des gesammt. Verm.
$x - 144 = 38$ Vermögen von A
$x - 120 = 62$ " B
$x - 100 = 82$ " C
$3x - 364 = 182$ Summe des gesammt. Verm.

Probe. $182 = 182$.

168ste Aufg. Jemand will eine gewisse Anzahl Ellen Silberstoff kaufen. Um Silberstoff zu 12 Thlr. die Elle zu kaufen, hat er 18 Thlr. zu wenig, kauft er aber Silberstoff zu 9 Thlr. die Elle, so behält er 12 Thlr. übrig. Wie viel Ellen will er kaufen; und wie viel Geld hat er?

Arithm. Weil dem Käufer zu dem ersten Kauf 18 Thlr. fehlen, bey dem zweyten aber 12 Thlr. übrig bleiben; so hätte er für den ersten Silberstoff $18 + 12 = 30$ Thlr. mehr zu bezahlen gehabt, als für den andern. Da nun jede Elle des ersten Silberstoffs drey

Thlr. mehr kostet, als jede Elle des zweyten; so würde er für den zweyten so vielmal drey Thlr. mehr als für den zweyten bezahlt haben, als es Ellen sind. Drey Thlr. so vielmal genommen, als es Ellen sind, macht 10 Thlr., die Anzahl der Ellen ist also 10.

Anzahl der Ellen = 10
Preiß des erstern Silberstoffs 12 . 10 = 120 Thlr.
Geld des Käufers = 120 — 18 = 102 "
Preiß des andern Silberstoffs 9 . 10 = 90 "
Geld des Käufers = 90 + 12 = 102 "

Algebr. Ben. Anzahl der Ellen = x
Preiß des ersten Silberstoffs $12x$
Geld des Käufers = $12x - 18$
Preiß des zweyten Silberstoffs $9x$
Geld des Käufers = $9x + 12$

Bed. $12x - 18 = 9x + 12.$

Red. $12x = 9x + 30$ (indem man beiderf 18 addirt.)
$3x = 30$ (indem man beiderf $9x$ abzieht)
$x = 10$ (ind. man beid. durch 3 divid.)

Aufl.
$x = 10$ Anzahl der Ellen.
$12x = 120$ Preiß des ersten Silberstoffs
$12x - 18 = 102$ Geld des Käufers
$9x = 90$ Preiß des zweyten Silberstoffs
$9x + 12 = 102$ Geld des Käufers.

Probe. $102 = 102$

169ste Aufg. A hat dreymal so viel als B. Nachdem aber jeder 12 Thlr. gewonnen hat, so hat A nur noch das Doppelte von B. Wie viel hat jeder?

Arithm. Weil A dreymal so viel hat, als B: so müßte A, wenn B 12 Thlr. gewinnt, dreymal 12 Thlr. oder 36 Thlr. gewinnen, um noch dreymal so viel zu haben als B. A gewinnt aber statt 36 Thlr. nur 12 Thlr.

Nach

Nach dem Gewinn fehlen also A 24 Thlr., um noch dreymal so viel zu haben als B. Nun hat A nach dem Gewinn nur zweymal so viel als B; es fehlt also der Person A das, was B nach ihrem Gewinn hat, um dreymal so viel, als sie zu haben. Folglich hat B nach ihrem Gewinn 24 Thlr; und anfänglich 12 Thlr.

Anfängliches Vermögen von B 12,
" " " A 36,
Zweytes Vermögen von B 12 + 12 = 24
" " A 36 + 12 = 48

Algebr. Ben. Erstes Vermögen von B x
" " A 3x
Zweytes " B x + 12
" " A 3x + 12;
oder 2 (x + 12) = 2x + 24.

Bed. 3x + 12 = 2x + 24.
Red. x + 12 = 24 (beiderseits 2x abgezogen.)
x = 12 (beiderseits 12 abgezogen.)

Aufl. x = 12 Erstes Vermögen von B
3x = 36 " " A
x + 12 = 24 Zweytes " B
3x + 12 = 48 " " A

Probe. 48 = 2 . 24.

170ste Aufg. A hat 100 Thlr., B 40 Thlr. Wie viel muß jeder gewinnen, damit A nur noch zweymal so viel habe als B.

Arithm. Da A 100, und B 40 Thlr. hat, so ist der Unterschied ihres Vermögens 60 Thlr., und weil beyde gleichviel gewinnen sollen, so bleibt der Unterschied ihres Vermögens immer 60 Thlr. Die Aufgabe ist daher auf folgende reducirt: Zwey Größen zu finden, wovon eine das Doppelte der andern ist, und deren Differenz 60 beträgt. Zufolge der Aufgabe ist also die kleinere die-

ser zwey Größen 60, und die größere ist 120. Da nun B und A anfänglich 40 und 100 hatten; so ist 20 der Gewinn eines jeden.

Algebr. Ben. Gesuchter Gewinn , x
Verm. von A nach dem Gewinn 100 + x
, B , , 40 + x

Bed. 80 + 2x = 100 + x
80 + x = 100 (beyderseits x abgezogen.)
x = 20 (beyderseits 80 abgezogen.)

Aufl. x = 20 gesuchter Gewinn.
40 + x = 60 zweytes Verm. von B,
100 + x = 120 , , A.

Probe. 120 = 2 . 60.

171ste Aufg. A hat 144, B 90 Thlr. Wie viel muß A von B gewinnen, um zweymal so viel zu haben als B?

Arith. Weil A 144, und B 90 Thlr. hat; so ist die Summe ihres Vermögens 234 Thlr. Und weil A gewinnt, was B verliert, so wird nach dieser Veränderung die Summe ihres Vermögens noch 234 Thlr. seyn. Nach dieser Veränderung soll aber A zweymal so viel haben als B. Folglich ist die vorgelegte Aufgabe auf folgende reducirt: Zwey Zahlen zu finden, wovon die eine das Doppelte der andern, und deren Summe 234 ist. Nach der Aufgabe hat also B nach seinem Verlust $\frac{1}{3}$ von 234, d. i. 78; und A hat nach seinem Gewinn 156. Folglich ist der Gewinn von A und der Verlust von B = 12.

Algebr. Ben. Gewinn der Person A } = x
Verlust der Person B }
Zweytes Verm. von A 144 + x
, , , B 90 — x

Bed. 144 + x = 180 — 2x.

Red.

Red. $144 + x = 180$ (beyderseits $2x$ addirt.)
$3x = 36$ (beyd. 144 subtrah.)
$x = 12$ (beyd. durch 3 divid.)

Aufl. x 12 { Gewinn der Person A / Verlust der Person B,
$144 + x = 156$, zweytes Verm. von A
$90 - x = 78$, = = B.

Probe. $156 = 2 \cdot 78$.

172ste Aufg. Das Vermögen von 4 Personen A, B, C, D, wird durch folgende Bedingungen bestimmt: die Summe des Verm. von A und B ist 100 Thlr,
= , C und D ist 120 Thlr.
das Verm. von A ist das doppelte des Verm. von C;
und , D ist das dreyfache = , B.

Arithm. Weil A zweymal so viel hat als C: so würde, wenn die Summe des Vermögens von A und B das Doppelte der Summe das Vermögens von C und D wäre, auch B zweymal so viel haben als D. Die Summe des Vermögens von A und B ist aber, statt das Doppelte von 120 oder 240 zu seyn, nur 100. Folgl. fehlen der Person B 140 Thlr., um zweymal so viel zu haben als D. Nun hat D dreymal so viel als B. Das Doppelte des Vermögens von D ist also das sechsfache des Vermögens von B; und der Person B fehlt also das fünffache ihres Vermögens, um zweymal so viel zu haben als D. Diesemnach beträgt das fünffache Vermögen von B 140 Thlr.; und ihr einfaches Vermögen ist der fünfte Theil von 140, also 28 Thlr.

Verm. von B 28, Verm. von A 100—28=72
= D 3.28=84, , C 120—84=36

Algebr. Ben. Verm. von C , x
, , A , $2x$
= , B 100 — $2x$
, , D 120 — x

Bed.

Red. $120 - x = 3(100 - 2x)$

Red. $120 - x = 300 - 6x$

$120 + 5x = 300$ (beyderseits 6x addirt.)

$5x = 180$ (beyd. 120 abgezogen.)

$x = 36$ (beyd. durch 5 divid.)

Aufl. $x = 36$ Verm. von C

$2x = 72$ " A

$100 - 2x = 28$ " B

$120 - x = 84$ " D

Probe. $84 = 3 \cdot 28$

173ste Aufg. Das Vermögen von 4 Personen wird durch folgende Bedingungen bestimmt: A und B haben zusammen 120 Thlr., D hat 24 Thlr. mehr, als C; A hat zweymal so viel als C; und D dreymal so viel als B. Wie viel hat jede?

Arithm. Da A zweymal so viel hat, als C; und D 24 Thlr. mehr hat, als C: so wäre, wenn das Vermögen von A um das Doppelte von 24 Thlr, d. h. um 48 Thlr. vermehrt würde, das Vermögen von A nach dieser Vermehrung das Doppelte des Vermögens von D, d. i. das sechsfache des Vermögens von B. Durch diese Vermehrung des Vermögens von A würde aber auch die Summe des Vermögens von A und B um 48 Thlr. vermehrt; folglich 168 Thlr. werden. Die vorgelegte, auf 4 Personen sich beziehende Aufgabe reducirt sich also auf folgende nur zwey Personen A und B betreffende, von denen man weiß: daß die Summe ihres Vermögens 186 ist; und daß die eine 6mal mehr hat, als die andere. Das Vermögen von B ist demnach (Aufg. 9.) der 7te Theil von 168, oder 24; das um 48 Thlr. vermehrte Vermögen von A, $168 - 24 = 144$; und ihr anfängliches Vermögen ist $144 - 48 = 96$.

Verm. von A 96
" " B 24
" " C 72
" " D 72 — 24 = 48.

Algebr. Ben. Verm. von C " x
" = D " x + 24
" " A " 2x
= " B 120 — 2x

Bed. $x + 24 = 3(120 - 2x)$

Red. $x + 24 = 360 - 6x$
$7x + 24 = 360$ (beyderseits 6x addirt.)
$7x = 336$ (beyd. 24 abgezogen.)
$x = 48$ (beyd. durch 7 divid.)

Aufl. = $x = 48$ Verm. von C
$x + 24 = 72$ " " D
$2x = 96$ = " A
$120 - 2x = 24$ " = B

Probe. $72 = 3 \cdot 24$.

174ste Aufg. Vier Söhne theilen sich nach Vorschrift des Testaments in das Vermögen ihres Vaters folgendergestalt: der erste nimmt die Hälfte und 12 Groschen, der zweyte von dem Rest wieder die Hälfte und 12 Gr., und die beyden andern nehmen auch immer die Hälfte von dem Rest und 12 Gr. 7 Thlr. die bey der Theilung übrig bleiben, sollen die Armen haben. Wie groß war das ganze Vermögen und wie viel erhielt ein jeder?

Das hinterlassene Vermögen sey x Thlr. gewesen. Der erste Sohn hat erhalten $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ Thlr.; also bleibt von dem Vermögen übrig $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = \frac{x-1}{2}$ Thlr. Hiervon erhält der zweyte $\frac{x-1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{4}$ Thlr., also blieb Rest $\frac{x-1}{2} - (\frac{x+1}{4}) = \frac{x-3}{4}$ Thlr., hiervon erhält der dritte $\frac{x-3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{8}$ Thlr.; bleibt wieder Rest $\frac{x-5}{8}$

$\frac{x-3}{4} - (\frac{x+1}{8}) = \frac{x-7}{8}$ Thlr.; der vierte erhält wiederum hiervon $\frac{x-7}{16} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{16}$ Thlr., und bleibt endlich Rest $\frac{x-7}{8} - (\frac{x+1}{16}) = \frac{x-15}{16}$ Thlr.

So viel als dieser letzte Rest betrug, erhielten die Armen und dies war nach der Angabe 7 Thlr.,

folglich muß $\frac{x-15}{16} = 7$ Thlr. seyn — mit 16 multipl.

kömmt $x - 15 = 112$ Thlr. — 15 subtrah.

folgl. $x = 127$ Thlr. = dem ganzen hinterlassenen Vermögen.

Hiervon erhielt der erste 64 Thlr.

" " 2te 32 "

" " 3te 16 "

" " 4te 8 "

Rest, den die Armen erhalten haben 7 " addirt.

Summa 127 Thlr.

Wenn wir diese Aufgabe in genaue Erwägung ziehen, so werden wir einsehen, daß jeder der folgenden Brüder immer die Hälfte des Vermögens des nächst vorhergehenden Bruders erhielt. Man hätte sich also auch so auflösen können:

$\frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4} + \frac{x+1}{8} + \frac{x+1}{16} + 7 = x,$

oder $\frac{15x+15}{16} + 7 = x$ — mit 16 multipl.

kömmt $15x + 15 + 112 = 16x$ — 15x subtrah.

$127 = x$, wie vorhin.

Bey dieser letzten Auflösung hätte man den Vortheil, daß man den jedesmaligen Rest nicht zu berechnen brauchte.

Arithm. Aufl. Man schließe so: nachdem der vierte Sohn vom 3ten Reste die Hälfte und 12 Gr. genommen, sind 7 Thlr. übrig geblieben, folglich muß der ganze 3te Rest 15 Thlr. gewesen seyn. Ferner: nachdem der dritte Sohn die Hälfte und 12 Gr. vom 2ten Rest genom-

nommen, sind 15 Thlr. übrig geblieben, folglich war der 2te Rest 31 Thlr., und nachdem der 2te Sohn vom 1sten Reste die Hälfte und 12 Gr. genommen, sind 31 Thlr. geblieben, folglich war der erste Rest 63 Thlr. und nachdem endlich der erste vom Ganzen die Hälfte und 12 Gr. genommen, sind 63 Thlr. übrig geblieben, folglich muß das ganze Vermögen 127 Thlr. gewesen seyn.

175ste Aufg. Ein Bauer geht mit einem Korb voll Aepfel zur Stadt. Im ersten Thore soll er die Accise erlegen, da er aber kein Geld hat, so giebt er dem Einnehmer die Hälfte seiner Aepfel und noch einen halben dazu, ohne einen zu zerschneiden; im zweyten Thore hat er keinen Acciszettel, und zur Strafe muß er dem Aufseher wieder die Hälfte und einen halben Aepfel geben; im dritten Thore giebt er abermals die Hälfte und einen halben dazu. Als er in die Stadt kommt, findet er, daß ihm 14 Aepfel im Korbe fehlen. Wie viel Aepfel hatte er nun anfangs?

Aufl. Der Bauer hatte x Aepfel

davon gingen ab $\frac{x}{2} + \frac{1}{2}$

und bleiben daher $\frac{x}{2} - \frac{1}{2}$

davon gingen ferner ab $\frac{x}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{x}{4} + \frac{1}{4}$

bleiben also $\frac{x}{4} - \frac{3}{4}$.

Davon gingen endlich ab $\frac{x}{8} - \frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{x}{8} + \frac{1}{8}$

bleiben endlich $\frac{x}{8} - \frac{7}{8} = x - 14$

folglich $x = 15$ Aepfel.

Andere Auflösung.

Ihm bleiben ganz zuletzt $x - 14$ Aepfel

er hatte also vorher $2x - 27$ [neml. $2(x-14)+1$]

mith. hatte er wied. vorh. $4x - 53$

und daher Anfangs $8x - 105 = x$.

Also $7x = 105$

folgl. $x = 15$.

176ste

176ste Aufg. Jemand will in einer kleinen Stadt Zitronen verschenken. Er giebt dem Magistrat die Hälfte der ganzen Anzahl, und die Hälfte einer Zitrone; seinem Vater $\frac{1}{3}$ des Restes nebst $\frac{1}{3}$ einer Zitrone; seiner Mutter $\frac{1}{4}$ des Restes nebst $\frac{1}{4}$ einer Zitrone; seinem Bruder $\frac{1}{5}$ des Restes und $\frac{1}{5}$ Zitrone; seiner Schwester $\frac{1}{6}$ des Restes und $\frac{1}{6}$ Zitrone; einem Freunde $\frac{1}{7}$ des Restes und $\frac{2}{7}$ einer Zitrone; die ihm übrig gebliebenen 16 Zitronen vertheilt er unter die Armen. Wie viel Zitronen hat er also gehabt?

Aufl. Er hat x Zitronen.

Schenkt dem Magistrat $\frac{x}{2} + \frac{1}{2}$
und behält $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3x}{6} - \frac{3}{6}$
Schenkt dem Vater $\frac{x}{6} + \frac{1}{6}$
und behält $\frac{2x}{6} - \frac{4}{6} = \frac{4x}{12} - \frac{8}{12}$.
Schenkt der Mutter $\frac{x}{12} + \frac{2}{12}$
und behält $\frac{3x}{12} - \frac{9}{12} = \frac{x}{4} = \frac{3}{4} = \frac{5x}{20} - \frac{15}{20}$
Schenkt dem Bruder $\frac{x}{20} + \frac{1}{20}$
und behält $\frac{4x}{20} - \frac{16}{20} = \frac{x}{5} - \frac{4}{5} = \frac{6x}{30} - \frac{24}{30}$
Schenkt der Schwester $\frac{x}{30} + \frac{1}{30}$
und behält $\frac{5x}{30} + \frac{25}{30} = \frac{x}{6} - \frac{5}{6} = \frac{7x}{42} - \frac{35}{42}$
Schenkt einem Freunde $\frac{x}{42} + \frac{7}{42}$
und behält $\frac{6x}{42} - \frac{42}{42} = \frac{x}{7} - 1 = 16$

folgl. $x = 7 \cdot 17 = 119$.

Es bekömmt also der Magistrat 60
" " der Vater 20
" " die Mutter 10
" " der Bruder 6
" " die Schwester 4
" " der Freund 3
" " die Armen 16
Summa 119

Andere Aufl. Er habe noch y Zitronen, ehe er seinem Freund beschenkte, so giebt er diesen $\frac{y}{7} + \frac{2}{7}$.

Es bleiben ihm also $\frac{6y}{7} - \frac{2}{7} = 16$

Daher muß $y = \frac{7 \cdot 16 + 2}{6} = 19$ gewesen seyn.

Ehe er seine Schwester beschenkt, mag er y′ gehabt haben,

da er nun diese mit $\frac{y'}{6} + \frac{1}{6}$ beschenkt, so

bleiben ihm $\frac{5}{6}y' - \frac{1}{6} = 19$

also $y' = \frac{6 \cdot 19 + 1}{5} = 23$.

Bezeichnen wir eben so die Anzahl der Zitronen, die er noch hatte, ehe er seinen Bruder, seine Mutter, seinen Vater und den Magistrat beschenkte mit y″ y‴ y^{IV}, und y^{V}, so finden wir

$$y'' = \frac{5 \cdot 23 + 1}{4} = 29$$

$$y''' = \frac{4 \cdot 29 + 1}{3} = 39$$

$$y^{IV} = \frac{3 \cdot 39 + 1}{2} = 59$$

und endl. $y^{V} = 2 \cdot 59 + 1 = 119$ Zitronen.

Diese Auflösung hat vor der ersten den Vorzug, daß sie ein leichtes in die Augen springendes Gesetz giebt, nach welchen die Werthe von y, y′ y″ y‴ y^{IV} und y^{V}, der folgende Werth nemlich aus dem nächst vorhergehenden sogleich berechnet werden kann.

177ste Allg. Aufg. Es vertheile Jemand an n Personen eine Summe Geldes, und es bleibt ihm nach der Theilung noch b übrig. Was er noch hatte, ehe er den letzten, den Vorletzten, den Vorvorletzten ꝛc. etwas gab, wollen wir mit y, y′ y″ . . . $y^{(n-1)}$ bezeichnen. Ist nun die Vertheilung so geschehen, daß der letzte $\frac{1}{r}$ von y und noch $\frac{a}{r}$ der Vorletzte $\frac{1}{r-1}$ von y′ und noch $\frac{a'}{r-1}$, der Vorvorletzte $\frac{1}{r-2}$ von y″ noch $\frac{a''}{r-2}$ erhalten hat u. s. f. so steht die Auflösung so:

den letzten oder nten giebt er $\frac{y}{r} + \frac{a}{r}$

es bleibt ihm also $\frac{r-1}{r} \cdot y - \frac{a}{r} = b$

daher $y = \frac{rb+a}{r-1}$ gewesen seyn muß.

Den $(n-1)$ten giebt er $\frac{y'}{r-1} + \frac{a'}{r-1}$

es bleibt ihm daher $\frac{(r-2)y'}{r-1} - \frac{a'}{r-1} = y$

Mithin muß $y' = \frac{(r-1)y' + a'}{r-2}$ gewesen seyn.

Eben so muß $y'' = \frac{(r-2)y' + a''}{r-3}$ gewesen seyn,

$y''' = \frac{(r-3)y'' + a'''}{r-4}$ gewesen seyn.

Von der Vertheilung an den $(n-q)$ten hat er noch y^q der $(n-q)$te erhält also von dem Vertheiler $\frac{y'}{r-q} + \frac{a^q}{r-q}$

Es bleibt also dem Verth. übrig $\frac{(r-q-1)y^q}{r-q} - \frac{a^q}{r-q} = y^{q-1}$

folglich muß $y^q = \frac{(r-q) \cdot y^{q-1} + a^q}{r-q-1}$ gewesen seyn.

Dieser Werth von y^q ist die allgemeine Form, aus welcher man den Werth von jedem y, y', y'' . . . . . $y^{(n-1)}$ sogleich erhalten kann, wenn man darin für q die Werthe $0, ', '', ''', \ldots n-1$, setzt.

Daher ist $y^{(n-1)} = \frac{(r-n+1) \cdot y^{n-2} + a^{n-1}}{r-n+2}$

Anmerk. Um den Werth von y zu erhalten müßte, man . . . . $q = 0$ setzen.

dieses giebt $y = \frac{r \cdot y^{-1} + a}{r-1}$

Das y^{-1} kann hier nichts anders bedeuten, als dasjenige y, welches den y ohne Strich vorhergehet, dafür hatten wir den gegebenen Werth b gesetzt, mithin ist wie oben $y = \frac{r \cdot b + a}{r-1}$.

In

In der vorigen Aufgabe war $n = 6$ Personen

$r = 7$

$b = 16$ Zitronen

$a = 2$

$a' = a'' = a''' = a^{IV} = a^{V} = 1$

Daher $y = \frac{7 \cdot 16 + 2}{6} = 19$

$y' = \frac{6 \cdot 19 + 1}{5} = 23$

$y'' = \frac{5 \cdot 23 + 1}{4} = 29$

$y''' = \frac{4 \cdot 29 + 1}{3} = 39$

$y^{IV} = \frac{3 \cdot 39 + 1}{2} = 59$

und $y^{V} = 2 \cdot 59 + 1 = 119$ Zitronen.

178ste Aufg. Eine Armee hat 1465 Gefangene erhalten. Unter diesen Gefangenen finden sich so viel Lieutenants als Capitains, weniger 25, und 10mal so viel Soldaten als Lieutenants. Wie viel waren Capitains, Lieutenants und Soldaten?

Die Zahl der Capitains sey $= x$

so wird die Zahl der Lieutenants seyn $x - 25$

und die Zahl der Sold. $10(x - 25) = 10x - 250$ add.

giebt $12x - 275$

Der Aufgabe gemäß muß

$12x - 275 = 1465$ 275 subtrah.

bleibt $12x = 1740$ mit 12 divid.

$x = 145$ = der Zahl der Capitains,

$x - 25 = 120$ = der Zahl der Lieutenants,

$10x - 250 = 1200$ = der Zahl der Soldaten,

addirt

1465 Mann, wie die Aufgabe angegeben hat.

179ste Aufg. Es legt ein Kaufmann x Louisdor zum Handel an, und nach jedem Jahre hat er doppelt

so

so viel gewonnen weniger hundert, als das nächst vorhergehende Jahr sein Kapital betrug. Nach 3 Jahren findet er seinen sämmtlichen Gewinnst 3mal so groß, als sein angelegtes Kapital. Wie groß war x?

Zu Ende des ersten Jahres hat er gew. $2x - 100$
Zu Ende des zweyten = = $4x - 300$
Zu Ende des dritten = = $8x - 700$ addirt.

sämmtlicher Gewinnst $14x - 1100$

Mithin muß der Bedingung der Aufgabe gemäß

$14x - 1100 = 3x$ seyn

also $11x = 1100$

folgl. $x = 100$ Louisdor.

Arithm Aufl. Der Aufgabe gemäß beträgt sein Gewinnst 14mal so viel, als das Capital, weniger 1100 Thlr. aber dieser Gewinnst ist gleich 3mal dem Capital, d. h. also, das 14fache Kapital übertrifft das 3fache Capital um, 1100 Thlr., folglich muß das 11fache Capital = 1100 Thlr. mithin das Kapital selbst 100 Thlr. seyn.

Anmerk. Wie in der Aufgabe gesagt worden. Der Gewinn im 3ten Jahre betrug 3mal so viel als sein anfängliches Kapital, so wäre dieser Voraussetzung gemäß $8x - 700 = 3x$ 700 subtrah.

bleibt $8x = 3x + 700$ 3x subtrah.

bleibt $5x = 700$ mit 5 divid.

folgl $x = 140$ Louisd'or wäre alsdenn sein anfängliches Vermögen gewesen.

180ste Aufg. Ein Maurer, der mit 25 Leuten, Gesellen und Handlangern gearbeitet, ist bey 12stündiger Tagearbeit mit 47 Thlr. Wochenlohn bezahlt. Es ist nicht bemerkt, wie viel Gesellen und wie viel Hands-

Handlanger dabey gewesen, soll aber jetzt nachgewiesen werden. Der Meister bekommt 9, der Geselle 8, und der Handlanger 5 Gr. Tagelohn.

Aufl. Die 12 Stunden täglich sind eine Größe, die keinen Einfluß auf das Resultat hat, also ein nicht zu beachtender Umstand. Es kommt nur auf die Zahl der Gesellen und Handlanger an, und weil auf dem Meister $9 . 6 = 54$ Gr. $= 2$ Thlr. 6 Gr. kommen, so ist auch noch dieses abzusondern, und für jene beträgt das gesammte Wochenlohn noch 44 Thlr. 18 Gr.

Es sey die Anzahl der Gesellen gewesen x, so müssen $25 - x$ Handlanger gewesen seyn. Der Gesellen Wochenlohn beträgt $6 . 8 . x$ Gr. Der Handlanger $5 . 6 . (25 - x) = 5 . 6 . 25 - 5 . 6 . x$. Nun muß beydes zusammen d. i.

$$6 . 8x - 5 . 6x + 5 . 6 . 25 = 44 \text{ Thlr. } 18 \text{ Gr.}$$

dies giebt $18x + 750 = 1074$

oder $18x = 324$

folgl. $x = \frac{324}{18} = 18$ die Anzahl der Gesellen.

Daher $25 - 18 = 7$ die Zahl der Handlanger.

181ste Aufg. Ein Leinwandhändler bekömmt Commission, zweyerley Sorten Leinwand, die feinere das Stück zu 11 Thlr., die gröbere zu 9 Thlr. zu übersenden. Er weiß, daß er auf 1320 Thlr. für 134 Stück den Handel geschlossen, hat aber vergessen zu bemerken, wie viel Stücke von jeder Art verlangt würden.

Aufl. Es sey allgemein a die Summe der Stücke, die Anzahl der bessern Stücke sey x, so ist die Anzahl der schlechtern Art $a - x$. Von der guten kostet das Stück b von der schlechtern c, und alle Stücke zusammen mögen d kosten, so kostet die gute bx die schlechtere $c(a - x) = ac - cx$ und daher beyde zusammen

$$bx - cx + ac = d$$
$$(b - c)x = d - ac$$

folgl. $x = \frac{d-ac}{b-c}$

In gegenwärtiger Aufg. ist $a = 134$
$b = 11$
$c = 9$
$d = 1320$

folgl. $x = 57$ St. der best. Sorte

Diese Formel ist selbst auf die vorhergehende Aufg. anwendbar, denn da ist $a = 25$; $b = 8$; $c = 1\frac{1}{4}$ Thlr.; und $d = 44$ Thlr. 18 Gr.

182ste Aufg. Es hat jemand eine Summe Geld zu 6 Procent Interesse ausgethan. Zu Ende von 12 Jahren sind die Interessen dem Kapitale bis auf 840 Thlr. gleich. Wie groß ist die Summe, die er ausgethan hat?

Er habe x Thlr. ausgethan, und zu 6 Procent, beträgt jährlich an Interessen von x Thlr. $\frac{6x}{100}$ Thlr. und in 12 Jahren $\frac{72x}{100}$ Thlr.

Der Voraussetzung der Aufgabe gemäß muß

$\frac{72}{100}x + 840 = x$ mit 100 multipl.

erhält man $72x + 84000 = 100x$ 72x subtrah.

bleibt $84000 = 28x$ mit 28 divid.

folgl. 3000 Thlr. $= x$.

Also die ausgethane Summe ist 3000 Thlr., und in der That, 3000 Thlr. à 6 Procent thun jährlich 180 Thlr., also in 12 Jahren, 12. 180 Thlr. = 2160 Thlr., und dieser Zahl fehlen noch 840 Thlr. ehe es 3000 Thlr. werden, wie es die Aufgabe verlangt.

Arithm. Aufl. In $16\frac{2}{3}$ Jahren sind 6 Procent Interesse dem Capitale völlig gleich. Da nun, nach der Aufgabe, $4\frac{2}{3}$ Jahr Interesse 840 Thlr. gleich ist, so ist die jährliche Interesse gleich 180 Thlr. und das Kapital gleich 3000 Thlr.

Oder man schliesse: das Kapital übertrifft die 12 jährigen Zinsen um $1 - \frac{72}{100} = \frac{28}{100}$ des Kapitals. Dieser Ueberschuß wurde 840 Thlr. angegeben, daher beträgt der 28ste Theil hiervon gleich $\frac{1}{100}$ des Capitals, und folglich das Capital selbst = 3000 Thlr.

183ste Aufg. Ein Bedienter soll zum jährlichen Lohn erhalten 30 Thlr. und eine Livree. Wenn ihm nun der Herr nach 4 Monaten seinen Abschied, und die Livree zum Lohne giebt, wie theuer hat er diese gerechnet?

Aufl. Es sey der Werth der Livree in Thaler = x

An dieser hat der Herr nach 4 Monaten zu fordern $= \frac{2x}{3}$ Thlr.

Dagegen ist die Forderung des Bedienten wegen seines vier monatlichen Lohns = 10 Thlr.

Folglich muß $\frac{2}{3}x = 10$ und also $x = 15$ Thlr seyn.

Andere Aufl. Der jährliche Lohn beträgt $(30 + x)$ Thlr., davon gehört dem Bedienten nach 4 Monat $\frac{30+x}{3}$; da er nun für diese 4 Monat x Thlr. bekommen hat, so muß $\frac{30+x}{3} = x$ seyn,

folglich $x = 15$ Thlr.

Wer würde auch nicht die arithmetische Auflösung dieser Aufgabe für sich finden?

Allg. Aufl. Es sey der Werth der Livree in Thlr. $= x$, und der baare Lohn gleich a, so betrüge der jährliche Lohn $a + x$ und in $\frac{n}{m}$ eines Jahres $\frac{n(a+x)}{m}$, hat er

nun für die Zeit $\frac{n}{m}$, die Livree und überdem noch b Thlr. an baaren Gelde erhalten,

so muß $b + x = \frac{n(a+x)}{m}$ seyn,

daraus folgt $\frac{n-m}{m} \cdot x = \frac{na-mb}{m}$,

folgl. $x = \frac{na-mb}{m-n}$.

In unserer Aufg. ist $a = 30$ Thlr.; $m = 12$ Monat; $n = 4$ Monat und $b = 0$.

184ste Aufg. Ein Kaufmann nimmt einen Handlungsdiener in seine Handlung mit dem Versprechen, ihm jährlich 265 Thlr. zu geben. Da er aber etwas Kleidungsstücke und Wäsche nöthig hat, so giebt ihm der Herr so viel, als er dazu braucht. Nach 9 Monaten wird er verabschiedet, und erhält noch baar 78 Thlr. Wie viel mag er vorher erhalten haben?

Aufl. Für 9 Monat müßte er erhalten haben

$\frac{9}{12} \cdot 265 = \frac{3}{4} \cdot 265 = 198\frac{3}{4}$ Thlr.

Da er nun für diese Zeit erhalten hat $(78 + x)$ Thlr. nemlich x Thlr. für die Kleidungsstücke und Wäsche

so muß $78 + x = 198\frac{3}{4}$ seyn,

folgl. $x = 120\frac{3}{4}$ Thlr.

Anmerk. Hätte der Handlungsdiener jährlich nur 265 Thlr. weniger der ihm vergeschossenen Summe als Gehalt haben sollen, so ist die Auflösung folgende.

Die Kleidungsstücke nebst Wäsche haben x Thlr. gekostet, so hätte er zu Ende des Jahres nur noch am Gelde erhalten $265 - x$ Thlr., also in einem Mon. $\frac{265-x}{12}$ Thlr.; mithin in 9 Monat

$9\frac{(265-x)}{12} = \frac{3}{4}(265 - x) = \frac{795-3x}{4}$

Für

Für diese neun Monate sind ihm aber von seinem Herrn ausgezahlt worden $78 + x$ Thlr.,

mithin muß $\frac{795 - 3x}{4} = 78 + x$ seyn, 4 multipl.

erhält man $795 - 3x = 312 + 4x$ $3x$ subtrah.

bleibt $795 = 7x + 312$ 312 subtrah.

bleibt $484 = 7x$ mit 7 divid.

folgl. $69 = x$ Thlr. zu Kleidungsst. erhalten.

185ste Aufg. Ich verwende jetzt, sagt jemand, den siebenten Theil meines Gehaltes auf das Theater, und das Uebrige auf meine ordentlichen Ausgaben. Könnte ich aber eine Gehaltszulage von 100 Thlr. erhalten, dann würde ich den fünften Theil meines Gehaltes auf das Theater wenden, und doch noch 40 Thlr. mehr als vorher zur Bestreitung meiner ordentlichen Ausgaben übrig behalten. Wie viel war sein Gehalt?

Aufl. Sein Gehalt sey x Thlr., so kostet ihm das Theater $\frac{x}{7}$ und behält also zu seinen gewöhnlichen Ausgabe übrig $\frac{6}{7}x$ Thlr. Mit der gewünschten Zulage hätte er $(x + 100)$ Thlr. Gehalt, denn würde ihm aber das Theater kosten $\frac{x+100}{5} = \frac{x}{5} + 20$; er würde also übrig behalten $\frac{4}{5}x + 80$. laut der Aufgabe muß nun seyn

$$\frac{4}{5}x + 80 = \frac{6}{7}x + 40$$

$$\text{mithin } 40 = \left(\frac{6}{7} + \frac{4}{5}\right)x$$

$$\text{also } 40 = \frac{2x}{35}$$

folgl. 700 Thlr. $= x$

186ste Aufg. Ein Fürst schläft 5mal so viel Stunden, als er speist, und seine Erholungsstunden sind nur halb so viel, als die er schläft, und 7 Stunden des Tages sind dem Studiren und andern ernsthaften Geschäften gewidmet. Wie lange schläft und speist er, und wie viel hat er Erholungsstunden?

Die Anzahl der Stunden so er zum Essen gebraucht sey x, also die Zahl der Stunden so er schläft $= 5x$. Die Zahl der Erholungsstunden $= \frac{5}{2} \cdot x$. Zum Studiren, u. s. w. $= 7$ Stunden. addirt

$6x + \frac{5x}{2} + 7$ Stunden.

Nun muß $6x + \frac{5}{2} \cdot \frac{x}{2} + 7$ St. $= 24$ St. seyn, 7 St. subt.

bleibt $6x + \frac{5}{2}x = 17$ St. mit 2 multipl.

$12x + 5x = 34$ St.

oder $17x - 34$ St. mit 17 divid.

$x = 2$ St. zum Essen,
10 St. zum Schlafen,
5 St. zur Erholung,
7 St. zum Studiren, addirt.

24 Stunden.

187ste Aufg. Einem Künstler gebe ich täglich 1 Thlr. 6 Gr. Lohn, Essen und Trinken, und dies verspreche ich 30 Tage zu halten, wenn er ununterbrochen täglich arbeitet; aber für jeden Tag, wo er nicht für mich arbeiten würde, sollte er mir 12 Gr. für Essen und Trinken bezahlen. Am Ende der 30 Tage zahle ich ihm 6 Thlr. Wie viel Tage hat er gearbeitet, und wie viel Tage hat er nicht gearbeitet?

Es sind x Tage, wo er nicht gearbeitet hat. Mithin $30 - x$ Tage, wo er gearbeitet hat. Da er nun täglich $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ Thlr Lohn empfänat, so bekommt er für $30 - x$ Tage, $\frac{5(30-x)}{4}$ Thlr. $= \frac{150-5 \cdot x}{4}$ Thlr.

Für x Tage die er nicht gearbeitet, erhalte ich von ihm für Beköstigung $\frac{x}{2}$ Thlr.; daher diese von seinem eigentlichen Lohne abgehen. —

Wir

Wir haben demnach $\frac{150 - 5x}{4} - \frac{x}{2} = 6$

$150 - 5x - 2x = 24$

$150 - 7x = 24$

$150 - 24 = 7x$

$126 = 7x$

folgl. $18 = x$ Tage.

Arithm. Aufl. Wenn der Künstler 30 Tage gearbeitet hätte, so würde er 37 Thlr. 12 Gr. erhalten haben; für jeden Tag, wo er nicht arbeitet, wird ihm 1 Thlr. 18 Gr. abgezogen, nun sind ihm 31 Thlr. 12 Gr. abgezogen worden, also 18mal 1 Thlr. 18 Gr., folglich hat er auch 18 Tage nicht gearbeitet.

188ste Aufg. Wie alt bist du? Die Antwort war: Es sind schon 7 Jahr, als ich grade 3mal so alt war, wie du damals warst, und in 7 Jahren werde ich doppelt so alt seyn, als du alsdann seyn wirst. Welches war das jetzige Alter dieser beyden Personen?

Der Jüngste sey x Jahr alt, sieben Jahr zuvor ist er alt gewesen $x - 7$ Jahr, und der Aeltere war dazumal grade 3mal so alt: also $= 3x - 21$ Jahr. Der jetzt x Jahr alt ist, ist in 7 Jahren $x + 7$ Jahr, aber alsdenn ist der Aeltere doppelt so alt, also gleich $2x + 14$ Jahr. Vor 14 Jahren wäre er also nur $2x$ Jahr alt gewesen, aber wir haben schon gesehen, daß er vor 14 Jahren $3x - 21$ Jahr alt war,

mithin muß $3x - 21 = 2x$ seyn, 21 addirt.

giebt $3x = 2x + 21$ 2x subtrah.

folgl. war der Jüngste $= x = 21$ Jahr,
und der Aeltere $2x + 7 = 49$ Jahr.

Arithm. Aufl. Man schließe: Wenn man das Alter des Aeltern vor 7 Jahren in 3 gleiche Theile zertheilt

theilet, so ist das Alter des Jüngern ein solcher Theil; nun aber ist nach der Aufgabe ein solcher Theil, nebst 14 Jahren grade die Hälfte von 3 solchen gleichen Theilen nebst 14, folglich muß dieser Theil, das heißt das Alter des Jüngern vor 7 Jahren gleich 14 seyn. Alles Uebrige ist nun leicht zu finden.

Probe. Der Jüngste jetzt 21 Jahr, vor 7 Jahren aber 14 Jahr; der Aeltere jetzt 49 Jahr, vor 7 Jahren aber 42 Jahr; 42 ist aber 3 . 14, also die erste Bedingung der Aufgabe erfüllt.

In sieben Jahren ist der Jüngste alt 28 Jahr, der Aeltere ist in 7 Jahren alt 56 Jahr, und 56 = 2 . 28, also ist auch die zweyte Bedingung erfüllt.

189ste Aufg. Der Factor eines Amsterdammer Hauses hatte in Danzig einem Vorrath von Rocken die Hälfte für 1 Thlr. 4 Gr. Die andere Hälfte für für 1 Thlr 10 Gr. den Scheffel eingekauft, und den ganzen Bestand sofort wieder für 1 Thlr. 16 Gr. den Scheffel verkauft, worauf 1152 Thlr. gewonnen wurden. Die Rechnung darüber ist durch einen Zufall auf der Reise verloren. Man will wissen: wie viel Rocken der ganze Vorrath betragen habe?

Aufl. Die eine Hälfte beträgt $\frac{1}{2}x$ Scheffel. Die Ausgabe dafür $\frac{1}{2}x \cdot \frac{7}{8}$ Thlr. $= \frac{7}{16}x$ Thlr.

Eben so kostet die andere Hälfte $\frac{1}{2}x \cdot \frac{17}{16} = \frac{17}{24}x$ Thlr. und $\frac{14}{24}\frac{+17}{24}x = \frac{31}{24}x =$ der ganzen Einkaufssumme, oder der Ausgabe. Ferner ist $\frac{5}{3}x =$ der ganzen Einnahme für den Rocken. Nun muß die Einnahme so groß seyn als die Ausgabe und der Gewinn zusammengenommen. Mithin ist

$$\frac{31}{24}x + 1152 = \frac{5}{3}x$$
$$1152 = \frac{3}{8}x$$

folgl. $8 . 384 = x$ od. $x = 3072$ Scheff $= 128$ Wisp.

Wenn

Wenn man hier statt der Hälften, Drittel, Viertel, u. s. w. überhaupt ntel setzte, und die verschiedenen Einkaufspreise b, b′ b″ b‴, ... den Verkaufspreiß aber für den Scheffel oder dergleichen a nennte, und den Gewinnst g, so hätte man

$$\left(\frac{b}{n} + \frac{b'}{n} + \frac{b''}{n} + \ldots\right) \cdot x + g = ax$$

oder $\frac{b+b'+b''+b'''+\ldots}{n} \cdot x + g = ax,$

daher $g = \left(a - \frac{b+b'+b''+\ldots}{n}\right) x$

also $ng = [na - (b + b' + b'' + \ldots)]x$

folgl. $x = \frac{ng}{na-(b+b'+b''+\ldots)}$.

In der Folge wird sich zeigen, daß man die Gleichung noch allgemeiner ausdrücken kann.

190ste Aufg. Ein General will mehrere Bataillons auf einem geräumigen Platz in Schlachtordnung stellen, und zwar sollen die Entfernungen eines Bataillon von dem andern so groß seyn, als ein Bataillon in Front lang ist. Es findet sich aber, daß 100 Ruthen Länge fehlen, mithin wird beschlossen die Zwischenräume nur $\frac{2}{3}$ so lang zu machen, und da bleiben noch 380 Ruthen übrig. Uebrigens ist bekannt, daß ein Bataillon 60 Ruthen lang ist. Es frägt sich, wie viel waren Bataillons, und wie lang war der Platz?

Die Zahl der Bataillons sey x, so ist $x - 1$ die Anzahl der Entfernung zwischen jedem Bataillon.

Die Zahl der Bataillons und Entfernungen zusammen $= 2x - 1$. laut dem ersten Theil der Aufgabe würden hierzu $60(2x - 1) = 120x - 60$ Ruthenlänge erfordert, aber der Platz ist nur $120x - 160$ Ruthen lang. Der 2te Theil der Aufgabe erfordert,

daß

daß $120 \cdot x - 160 = 100x + 340$ 160 subtrah.

bleibt $120x = 100x + 500$ 100x subtrah.

bleibt $20x = 500$ mit 20 divid.

folgl. $x = 25$ Bataillons,
und der Platz 2940 Ruthen lang.

191ste Aufg. Zwey Spieler verlieren, und zwar der Erste, der 100 Thlr. bey sich hat, verliert zweymal so viel als der Zweyte, der nur 48 Thlr. bey sich hat. Nach Endigung des Spiels hatte der Erste noch 3mal so viel als der Zweyte. Wie viel hatte Jeder verloren, und wie viel haben sie von ihrem anfänglich gehabten Gelde übrig behalten?

Der erste habe x Thlr. verloren, so blieb ihm noch $100 - x$ Thlr.

Der Zweyte hat $\frac{1}{2}x$ Thlr. nur verloren, also bleibt ihm $48 - \frac{1}{2}x$ Thlr.

Nun ist den Bedingungen der Aufgabe gemäß,

$100 - x$ Thlr. $= 3\,(48 - \frac{1}{2}x)$ Thlr.

oder $100 - x$ Thlr. $= 144 - \frac{3}{2}x$ ($\frac{3}{2}x$ subtrah.

bleibt $100 + \frac{1}{2}x = 144$ 100 subtrah.

bleibt $\frac{1}{2}x = 44$ mit 2 multipl.

folgl. $x = 88$ Thlr. welche der Erste verlor.
der Zweyte hat also 44 Thlr. verloren.

Es bleiben also dem Ersten noch übrig 12 Thlr. und dem Zweyten 4 Thlr.

Arithm Aufl. Aus der Aufgabe ergiebt sich sehr leicht, daß, wenn man den Verlust dessen, der 48 Thlr. bey sich gehabt hat, 3mal von 144 Thlr., als 3mal 48 abzieht, eben so viel übrig bleibt, als wenn man von eben diesen Verlust 2mal 100 abgezogen, und daß also, weil

nem-

nemlich der Verlust in 144 Thlr, 3mal nebst noch einen Rest, und in 100 Thlr. dieser Verlust 2mal nebst eben diesem Rest enthalten ist, der Verlust dessen, der 48 Thlr. bey sich gehabt hat, gleich 44 Thlr. gewesen seyn muß.

Probe. 12 ist = 3.4, wie es die Aufgabe verlangt.

192ste **Aufg.** 112500 Soldaten sind auf 1200 Schiffe vertheilt; auf die großen Schiffe 120 Menschen, auf die kleinen nur 50 Menschen. Wie viel große und kleine Schiffe sind nöthig?

Die Anzahl der größern Schiffe sey x, so ist die Anzahl der kleinern gleich $1200 - x$. Auf x Schiffe haben wir $120x$ Menschen, und auf $1200 - x$ Schiffe, $50(1200 - x) = 60000 - 50x$ Menschen.

Nun muß

$120x + 60000 - 50x = 112500$ 60000 subtr.

bleibt $70x = 52500$ mit 70 divid.

folgl. $x = 750$ große Schiffe.
und 450 kleine Schiffe.

Summa 1200 Schiffe.

Probe. In der That $750 \cdot 120 = 90000$
und $450 \cdot 50 = 22500$

Summa 112500.

193ste **Aufg.** Für mich Kleidungsstücke zu kaufen, war ich genöthiget von meinem kleinen Vermögen 3 Friedrichsd'or auszugeben; mit dem Rest fing ich einen kleinen Handel an, und nach einem halben Jahre hatte ich doppelt so viel, als mir geblieben war; hiervon muste ich 14 Friedrichsd'or Zehrungskosten bezahlen; mit dem übrigbleibenden Gelde handelte ich fort, und nach einem halben

Jah-

Jahre fand ich wieder, daß ich noch einmal so viel hatte, als dieser Rest betrug. Kurz ich sahe mich nun in einem baaren Vermögen von 40 Friedrichsd'or. Wie groß war zu Anfange mein Vermögen?

Mein anfängliches Vermögen mag x Friedrichsd'or gewesen seyn. Nachdem ich davon 3 Friedrichsd'or ausgegeben hatte, so blieben noch $x - 3$ Friedrichsd'or übrig. Zu Ende des ersten halben Jahres hatte ich $2(x - 3) = 2x - 6$. Hiervon gab ich 14 Friedrichsd'or aus, und es blieben mir $2x - 20$. Am Ende des zweyten halben Jahres hatte ich $2(2x - 20) = 4x - 40$ Friedrichsd'or,

also $4x - 40 = 40$ 40 subtrah.

bleibt $4x = 80$ mit 4 divid.

folgl. $x = 20$ Friedrichsd'or mein anfängl. Verm.

Arithm. Aufl. Man findet sogleich, daß der 2te Rest 20, der erste Rest 17, und also das anfängliche Vermögen 20 Friedrichsd'or muß gewesen seyn.

194ste Aufg. Ein Teich von 9280 Ruthen lang, ist binnen 4 Wochen von 6000 Bauern und Kossaten fertig gemacht worden. Jeder Bauer macht wöchentlich $\frac{2}{5}$ laufende Ruthe, und jeder Kossate $\frac{1}{3}$ laufende Ruthe fertig. Wie viel waren Bauern, und wie viel Kossaten?

Man bezeichne die Zahl der Kossaten durch x, so hat man $6000 - x$ Bauern.

Da in 4 Wochen 9280 laufende Ruthen gemacht sind: so sind in einer Woche $\frac{9280}{4} = 2320$ Ruthen gemacht.

Die Kossaten machen zusammen in einer Woche $\frac{1}{3}x$ Ruthen, und die Bauern vollenden in einer Woche $\frac{2}{5}(6000 - x) = 2400 - \frac{2}{5}x$ Ruthen.

Bauern

Bauern und Kossaten machen zusammen in einer Woche 2320 Ruthen vom Teiche fertig.

Mithin $\frac{1}{3}x + 2400 - \frac{2}{5}x = 2320$,
Man versetze $\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ auf der andern Seite der Gleichung, so erhält man $2400 = 2320 + \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}x$,
oder $2400 = 2320 + \frac{x}{15}$ 2320 subtrah.

bleibt $80 = \frac{x}{15}$ mit 15 multipl.

folgl. $1200 = x$ Kossaten,
mithin $6000 - 1200 = 4800$ Bauern.

Arithm Aufl. Wären es lauter Kossaten, so würden 1280 Ruthen zu wenig gearbeitet worden seyn, da nun jeder Bauer in vier Wochen $\frac{4}{15}$ mehr arbeitet, so braucht man ja nur zu untersuchen: wie oft diese $\frac{4}{15}$ in den fehlenden 1280 Ruthen enthalten sind, wo dann der Quotient 4800 die Anzahl der Bauern angiebt.

195ste Aufg. Ein Balbiergeselle hat 6 Gr. in seiner Tasche, und empfängt von seinem Herrn für 5 Wochen lohn. 2 Wochen nachher hat er nur noch den vierten Theil seines Geldes, für diese 2 Wochen empfängt er wieder von seinem Herrn den lohn, und nun hat er in allen 21 Gr. Wie viel hat er gewöhnlich lohn erhalten?

Er habe wöchentlich x Gr. lohn gehabt, so erhielt er von seinem Herrn für 5 Wochen $5x$ Gr. 6 Gr. hatte er schon, also hatte er überhaupt $5x + 6$ Gr. Nach zwey Wochen hatte er nur noch $\frac{5x+6}{4}$ Gr.; von seinem Herrn erhielt er aber für 2 Wochen $2x$ Gr., mithin ist seine ganze Baarschaft jetzt $\frac{5x+6}{4} + 2x$ Gr.

Die Aufgabe gab seine Baarschaft zu 21 Gr. an, also muß $\frac{5x+6}{4} + 2x = 21$ seyn mit 4 multipl.

giebt $5x + 6 + 8x = 84$ 6 subtrah.

bleibt $13x = 78$ mit 13 divid.

folgl. $x = 6$ Gr. Wochenlohn. Arith.

Arithm Aufl. Sein Vermögen ist jetzt überhaupt $x\frac{3}{4}$ Lohn weniger $1\frac{1}{2}$ Gr., da nun, der Aufgabe gemäß, dieses gleich 21 Gr. ist, so braucht man ja nur $1\frac{1}{2}$ Gr. von 21 Gr. abzuziehen, und den Rest $19\frac{1}{2}$ Gr. durch 13 zu dividiren, um $\frac{1}{4}$ des wöchentlichen Lohns zu erhalten.

196ste Aufg. Ein Courier wird fortgeschickt, und macht 7 Meilen in 5 Stunden. 8 Stunden nach seiner Abreise schickt man ihm einen Courier nach, und dieser muß, um den ersten einzuholen, alle 3 Stunden 5 Meilen machen. Wenn wird der zweyte den ersten einholen?

Der erste macht in 5 Stunden 7 Meilen, also in einer Stunde $\frac{7}{5}$ Meilen. Der zweyte macht in 3 Stunden 5 Meilen, also in einer Stunde $\frac{5}{3}$ Meile. Nun setze man, es sey x die Zahl der Stunden, in welcher der zweyte den ersten einholt, da nun der zweyte in 1 Stunde $\frac{5}{3}$ Meilen macht, so macht er in x Stunden $\frac{5}{3}x$ Meilen.

Wenn der zweyte x Stunden unterwegens gewesen ist, so muß der erste $x + 8$ Stunden unterwegens seyn, da nun der erste in einer Stunde $\frac{7}{5}$ Meile macht, so macht er in $x + 8$ Stunden, $(x + 8)\frac{7}{5} = \frac{7x+56}{5}$ Meilen. Da sie sich sollen eingeholet haben, so muß doch der erste eben so viel Meilen gemacht haben, als der zweyte. Mithin soll und muß

$\frac{7x+56}{5} = \frac{5}{3}x$ seyn, mit 3 multipl.

giebt $\frac{21x+168}{5} = 5x$ mit 5 multipl.

giebt $21x + 168 = 25x$ $21x$ subtrah.

$168 = 4x$ mit 4 divid.

folgl. in $42 = x$ Stunden eingeholt.

Arithm. Aufl. Nach der Aufgabe macht der zweyte $\frac{4}{15}$ Meile in einer Stunde mehr, wie die erste, da nun der erste $\frac{56}{5}$ Meile voraus hat, so muß man diese durch

$\frac{4}{15}$

$\frac{4}{15}$ dividiren, wo dann der Quotient 42 die Anzahl der Stunden bestimmt, in welchen der zweyte den ersten einholen wird.

197ste Aufg. Im 3ten Theile der Volksmärchen der Deutschen wird erzählt: daß die Fürstin Libussa ihren 3 Freyern folgendes Räthsel aufgegeben, dem Errater aber ihre Hand und mit derselben den Böhmischen Thron gegeben hat. Sie sagte nemlich: Ich habe euch Dreyen eine Spende aus diesem Körbchen von den Pflaumen die ich in meinem Garten gepflückt habe zugedacht. Einer unter euch soll die Hälfte haben und eine darüber; der andere soll wieder die Hälfte und eine darüber, der dritte soll nochmals die Hälfte und 3 darüber bekommen. So sich nun befindet, daß der Korb ausgeleert ist, so sagt mir an, wie viel Pflaumen jetzt darinn sind?

Aufl. Setzet, die Fürstin habe anfänglich x Pflaumen im Korbe gehabt.

Giebt sie hiervon dem ersten Freyer die Hälfte und eine mehr, oder $\frac{x}{2} + 1$, so behält sie noch $\frac{1}{2}x - 1$.

Die Hälfte dieses Restes und eine darüber ist $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$, so viel erhielt der Zweyte, und ihr blieben nun noch $\frac{1}{2}x - 1 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}x - \frac{3}{2}$.

Hiervon ist die Hälfte und 3 gleich $\frac{1}{8}x - \frac{3}{4} + 3 = \frac{1}{8}x + \frac{9}{4}$, welches der Dritte bekam, der Rest ist $\frac{1}{4}x - \frac{3}{2} - \frac{1}{8}x - \frac{9}{4} = \frac{1}{8}x - \frac{15}{4}$.

$\frac{1}{8}x - \frac{15}{4} = 0$ mit 8 multipl.

$x - 30 = 0$

folgl. $x = 30$ Pflaumen, die im Körbchen wären, und die der glückliche Junker Primislaus errieth.

Andre Aufl. Der erste Freyer erhielt $\frac{1}{2}x + 1$
" 2te " = $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$
" 3te " = $\frac{1}{8}x + \frac{0}{4}$

Summa $\frac{7}{8}x + 1\frac{5}{4}$

Also muß seyn $\frac{7}{8}x + 1\frac{5}{4} = x$

$1\frac{5}{4} = \frac{1}{8}x$

folgl. $30 = x$.

Arithm. Aufl. Da nachdem der Dritte die Hälfte noch bekommt, und nichts übrig bleibt, so müssen $3 + 3 = 6$ vorher da gewesen seyn. Diese 6 Pflaumen waren der Rest, nachdem sie die Hälfte und eine wegegeben hatte, mußten also $2 \cdot (6 + 1) = 14$ vorher da seyn, und da diese 14 wieder ein solcher Rest war, so mußten anfänglich $2 (14 + 1) = 30$ Pflaumen im Körbchen seyn.

198ste Aufg. Der Fürst Wladomir rieth die Zahl 43. Libussa sprach: Wenn ihrer ein Drittel, Einhalbmal und ein Sechtel so viel wären, als ihrer sind, so würden grade so viel über 45 im Körbchen liegen, als jetzt daran fehlen. Wie kann man aus diesen Datis die Anzahl der Pflaumen finden?

Aufl. Die gesuchte Anzahl der Pflaumen mag wieder x seyn, so giebt die Aussage der Aufgabe $\frac{x}{3} + \frac{3}{2}x + \frac{1}{6}x = 2x$ folgende Gleichung:

$2x - 45 = 45 - x$

$3x = 90$

folgl. $x = 30$ Pflaumen

199ste Aufl. Der Ritter Micioka rieth die Zahl 60. Libussa antwortete: Es müßten ihrer noch einmal so viel, ein halbmal und ein Drittel so viel seyn, als das Körbchen in sich faßt, und über das noch fünfe hinzugezählt werden, so wären ihrer grade

so

so viel übers Schock, als jetzt daran fehlen. Wie kann man hieraus die Anzahl der Pflaumen finden?

Aufl. Im Korbe sind x Pflaumen gewesen, daher nach der Aussage

$$1x + x + \tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{6}x + 5 = \tfrac{17}{6}x + 5$$

folgende Gleichung giebt:

$$\tfrac{17}{6}x + 5 - 60 = 60 - x$$

$$2\tfrac{3}{6}x = 115$$

folgl. $x = \frac{115}{23} \cdot \frac{6}{1} = 5 \cdot 6 = 30$ Pflaumen.

2oote Aufg. Ein Lieferant sollte in Zeit von 6 Tagen für 180 Mann Montirungsstücke schaffen, wozu er zwey Partheyen Arbeiter anstellte, davon die eine Parthie täglich 16 Stunden, und die andere Parthie nach dem Verhältniß ihrer Zahl alle Tage arbeiten musten. Wie viel Stunden hatte also diese Parthie täglich zu arbeiten?

Die unbekannte Zahl der täglich zu arbeitenden Stunden wollen wir x setzen, also wird die Parthie, die täglich x Stunden arbeitet, in 6 Tagen $6x$ Stunden arbeiten. Die andere Parthie, so täglich 16 Stunden arbeitet, wird in 6 Tagen $6 \cdot 16$ Stunden arbeiten.

Beyde Partheyen zusammen arbeiten also $6x + 6 \cdot 16$ Stunden, und binnen dieser Zeit müssen sie also für 180 Mann Montirungsstücke schaffen. Setzt man nun noch hinzu: daß alle Stunden, die für einen Mann nöthigen Montirungsstücke fertig gemacht werden; so ist klar, daß 180 Montirungsstücke auch in 180 Stunden gemacht werden, mithin ist

$6x + 6 \cdot 16 = 180$ mit 6 divid.

giebt $x + 16 = 30$ 16 subtrah.

folgl. $x = 14$ Stunden.

Die-

Diese Aufgabe ist so wie mehrere andere aus Johann Michael Schirmer selbstlehrende Algebra. Frankfurt am Main 1780. Dritte Abtheil. Seite 41, No. 26 entlehnt, welches mir meine Leser wenigstens die Ein- und Nachsichtsvollen gewiß verzeihen werden. Ueberhaupt erinnere ich nochmals ein für allemal, daß man es mir ohnmöglich verargen kann, wenn ich auch Aufgaben aus andern Büchern entlehne: genug, daß ich nichts weiter als die Aufgabe daraus nehme, die Auflösung gehört gewiß allemal mir; wenn dann ein Anfänger sich Mühe nimmt und meine Auflösung mit der in irgend einem gegebenen Buche vergleicht, so wird es ihm zugleich lehren, daß es mehrere Wege zum Ziele zu kommen giebt. Aber welches ist der kürzeste, leichteste und zweckmäßigste?

Der Zweck dieser Schrift verstattet nicht, hierüber weitläuftig meine Gedanken niederzuschreiben, so viel will ich nur erinnern, daß allemal der der leichteste, kürzeste und zweckmäßigste ist, der den Anfänger von den ersten Grundsätzen und Lehrsätzen an mit aller mathematischer Strenge führt. Die eben gegebene Aufgabe mag einen Beweiß abgeben, wie Zeit raubend eine nicht genaue bestimmte Aufgabe ist.

Viele meine Leser werden bey Durchsicht der Aufgabe gefunden haben, daß sie eigentlich, so wie sie da gegeben ist, nicht aufgelöst werden kann. Der oben genannte Hr. Schirmer löst sie zwar auf. Aber urtheilen meine Leser selbst, wie es möglich war, ohne den nothwendigen Zusatz, daß in jeder Stunde für einen Mann Montirungsstücken fertig gemacht werden, die Aufgabe aufzulösen, denn bey Hr. Schirmer ist die eine Hälfte der Gleichung eine Anzahl Stunden, und die andere für 180 Mann Montirungsstücken, und solche Gleichungen können nicht gerechtfertiget werden. Wir würden viel zu weitläuftig, wenn wir jede Aufgabe so weitläuftig abhan-

handeln wollten. Aber Anfängern ist es nicht genug zu empfehlen, jeden selbst den kleinsten Theil in der Auflösung sich ganz deutlich darzustellen, und eher nicht einen Schritt vorwärts, bevor man nicht das vorhergehende aufs deutlichste eingesehen hat.

201te Aufg. Ein Commendant in einer Festung, erhielt für seine Besatzung 180 Malter Mehl auf eine bestimmte Zeit, und brauchte täglich 14 Malter: nach Verlauf von 4 Tagen rückte der Feind an, daher der Commend. noch einmal so viel Mannsch. an sich zog, um in den folgenden 4 Tagen alles aufzuzehren, und dem Feind keinen Proviant zu hinterlassen. Wie viel muste der Mannschaft alsdann täglich mehr Mehl gegeben werden?

Da die Mannschaft, so anfänglich da war, täglich 14 Malter verzehrten, so verzehrten sie in 4 Tagen 4.14 Malter. Da nun der Commendant noch einmal so viel Soldaten anwarb, so ist klar, daß nach dem vorigen Verhältniß diese doppelte Mannschaft täglich 2.14 Malter verzehren, aber um die 180 Malter, von welchen in den ersten 4 Tagen 4.14 Malter verzehrt worden, in den noch übrigen 4 Tagen also den Rest zu verzehren, muste man der nun doppelten Mannschaft, nicht 2.14 Malter, sondern 2.14 + x Malter täglich geben, nemlich x Malter täglich mehr. Mithin wird in den letzten 4 Tagen verzehrt 4 (2.14 + x) Malter. Also ist überhaupt die ganzen 8 Tage über verzehrt worden,

$4 . 14 + 4 (2 . 14 + x) = 180$ Malter mit 4 divid.

kommt $14 + 2 . 14 + x = 45$

oder $42 + x = 45$ 42 subtrah.

folgl. $x = 3$ Malter.

Also mußte diese doppelte Mannschaft die letzten 4 Tage über, täglich 3 Malter mehr verzehren, als sie nach dem

gegebenen Verhältnisse in den ersten 4 Tagen über täglich verzehrt hatten. Folglich statt täglich 2 . 14 = 28 zu verzehren, musten sie 28 + 3 = 31 Malter täglich aufzehren, damit nichts für den Feind übrig bleibe.

Arithm Aufl. In den ersten 4 Tagen sind 56 Malter verzehrt worden, und in den andern 4 Tagen 2mal so viel, da nun noch 12 Malter übrig bleiben, so müssen der Mannschaft in den andern 4 Tagen täglich 3 Malter mehr gegeben werden.

Statt 180 Malter, setze man, habe der Commendant nur 160 gehabt, alle übrigen Bestimmungen der Aufgabe sollen bleiben wie vorhin: so wäre also die Gleichung folgende

$$4 . 14 + 4(2 . 14 + x) = 160 \quad \text{mit 4 divid.}$$

$$\text{bleibt } 14 + 2 . 14 + x = 40$$

$$\text{oder } 42 + x = 40 \quad \text{42 subtrah.}$$

$$\text{folgl. } x = -2 \text{ Malter, mit } -1 \text{ mult.}$$

$$\text{oder } -x = +2 \text{ Malter.}$$

Die — 2 Malter bedeuten hier, daß diese doppelte Mannschaft nun täglich 2 Malter weniger erhält, also statt 2 . 14 = 28, nur 28 — 2 = 26 Malter täglich erhalten kann, um noch 4 Tage lang die Mannschaft in Lebensmittel zu erhalten. Ganz allgemein würde diese Aufgabe so heissen:

202te Aufg. Der Commendant einer Festung erhielt a Malter Mehl. Hiervon brauchte er täglich b Malter; nach m Tagen erhält er noch eine Verstärkung, so daß nun pmal so viel Mann Besatzung da ist, als er erst gehabt hat, und soll mit dem Mehle, welches er noch hat, n Tage auskommen. Wie viel Malter Mehl müste er der ganzen Mannschaft täglich mehr oder weniger geben?

Wir

Wir wollen setzen, er hätte ihr täglich insgesammt y Malter die n Tage über geben müssen, so wird also die ganze Mannschaft in n Tagen n . y Malter aufzehren. Die anfängliche Besatzung verzehrte täglich b Malter, und dies m Tage lang, folglich in m Tagen verzehren sie mb Malter, also bleiben von a Malter, a — mb Malter und dieser Vorrath soll von der gesammten Besatzung in n Tagen aufgezehrt werden, mithin muß

ny = a — mb seyn mit n divid.

folgl. $y = \frac{a - mb}{n}$ Malter.

Die Gleichung $y = \frac{a - mb}{n}$ Malter, giebt uns also an, wie viel sämmtliche Besatzung, die n Tage über, täglich zu verzehren hat.

Wir wollen nun das, was sie die n Tage über täglich mehr oder weniger erhalten, als sie nach dem Verhältniß in den ersten m Tagen erhalten haben würden, x nennen.

Die pmal größere Mannschaft wird, nach dem ersten Verhältniß gerechnet, p . b Malter täglich verzehren mithin wird y — pb oder pb — y gleich x seyn, nemlich x = y — pb, in Fall so viel Mehl da ist, als die Mannschaft täglich mehr erhalten muß, um es in der bestimmten Zeit aufzuzehren, in diesem Fall ist allemal y > pb, und alsdann findet man auch x = y — pb positiv. Ist aber y < bp, alsdann wird x = y — pb negativ gefunden, und dies zeigt an, daß man der Mannschaft täglich x Malter weniger geben muß, um mit dem noch vorhandenen Mehle die bestimmte Zeit über auskommen zu können. Im letztern Fall könnte ich auch statt x = y — pb schreiben, x = pb — y eigentlich so — x = pb — y, allein, wenn man nur im Gedächtniß behält, daß im ersten Fall x mehr, im zweyten aber x weniger bedeutet, so wird man ohne zu fehlen

$x = pb - y$ schreiben dürfen. Setzen wir in der Formel für x statt y seinen oben gefundenen Werth, so erhalten wir

$$x = \frac{a - mb}{n} - pb.$$

Der Algebraist braucht nur diese einzige Formel. Wenn $\frac{a - mb}{n} > pb$, so zeigt sie an, daß die Mannschaft täglich x Malter mehr erhalten, und wenn $\frac{a - mb}{n} < pb$, so schließt er ganz richtig, daß dieser negative Werth, den er nun aus der Formel zieht, anzeigt, daß sie täglich x Malter weniger erhalten. Wir wollen diese allgemeine Formel durch Beyspiele erläutern.

Es sey $a = 180$, $b = 14$, $m = n = 4$, $p = 2$, so findet sich $x = \frac{180 - 4 \cdot 14}{4} - 2 \cdot 14 = 45 - 14 - 2 \cdot 14 = 45 - 3 \cdot 14 = 3$ Malter.

Setzen wir statt $a = 160$, alles übrige aber wie vorhin, so findet sich $x = \frac{160 - 4 \cdot 14}{4} - 2 \cdot 14 = 40 - 14 - 2 \cdot 14 = 26 - 28 = -2$ Malter, also finden wir durch durch diese allgemeine Formel eben das, was wir schon in vorhergehenden Aufgaben auf eine andere Art gefunden haben. Bey allgemeinen Formeln, insbesondere bey sehr zusammengesetzten, ist die Prüfung an einem bestimmten Beyspiele sehr zu empfehlen.

Wir haben in unserer Auflösung zwey unbekannte Größen y und x eingeführt, ohngeachtet die Aufgabe blos nach x frug. Dies geschahe blos darum, um die Auflösung zu erleichtern, denn recht gut läßt sie sich auch, ohne y zu gebrauchen, auflösen, aber, wer es versucht, wird finden, daß er leichter und mit mehrerer Ueberzeugung auf die hier gegebene Art verfährt.

Dies war nöthig zu erinnern, um zu zeigen, daß diese Aufgabe zu denen mit einer unbekannten Größe vom ersten Grade gehört.

Uebri-

Uebrigens bemerken wir noch, daß die Formel $y = \frac{a - mb}{n}$ in Worten so ausgedrückt werden kann.

Man ziehe von dem sämmtlichen Mehl (a) welches er erhalten hat, dasjenige ab, was die erste Besatzung verzehrt hat, ehe eine Verstärkung kam (mb), diesen Rest (a — mb) dividire man mit der Anzahl Tage (n), die noch von dem Mehl gezehrt werden soll: so erhält man, was die zweyte Besatzung täglich verzehren muß.

Und um x zu finden, so ziehe man von dem vorigen noch die tägliche Verzehrung der andern Besatzung ab.

203te Aufg. In eine Festung wurde eine Garnison gelegt, und auf eine bestimmte Zeit mit 92 Malter Mehl versehen, weil sie täglich 5 Malter nöthig hatte: nach etlichen Tagen ward eine Verstärkung hineingeschickt, welche täglich 6 Malter brauchte, mithin das Mehl alsdann in 7 Tagen verzehrt war. Wie viel Tage hatte die Garnison allein gelegen?

Antwort x Tage. Es wäre also nur auszumachen, wie groß x ist, und das soll durch folgende Schlüsse geschehen.

Da die Garnison täglich 5 Malter, und die Verstärkung täglich 6 Malter aufzehren, so verzehren beyde zusammen täglich 11 Malter und zwar thun sie dieses 7 Tage lang, mithin verzehren sie überhaupt diese Zeit über $7 . 11 = 77$ Malter. Diese 77 Malter, von 92 Malter subtrahirt, wird zum Rest dasjenige lassen, was die Garnison vorher verzehrt hat; also $92 - 77 = 15$ Malter. In x Tagen hat die Garnison $5x$ Malter aufgezehrt,

mithin muß $5x = 15$ seyn — mit 15 divid.

folgl. $x = 3$ Tage.

Nehmen wir aus der vorhergehenden Aufgabe die Formel $y = \frac{a - mb}{n}$ und entwickeln hieraus $m = \frac{a - ny}{b}$ so können wir die oben gegebene Aufgabe auch hiernach berechnen, denn a ist $= 92$, $b = 5$, $n = 7$, $y = 5 + 6 = 11$.

Arithm. Aufl. In den 7 Tagen würden 77 Malter verzehrt, da nun die übrig bleibenden 15 Malter ebenfalls verzehrt worden sind, so muß die Garnison 3 Tage allein gelegen haben.

204te Aufg. Jemand soll in 4 Terminen folgende Zahlungen leisten:

eine Summe a,	nach l	Monaten.
" " b,	nach m	
" " c,	nach n	
" " d,	nach p	

Wenn er nun seine ganze Schuld $= a + b + c + d$, auf einmal entrichten will: wenn muß dies geschehen?

Aufl. Man reducire die einzelnen zu leistenden Zahlungen alle auf 1 Monat, indem man schließt: die Benutzung einer Summe a auf 1 Monat ist einerley mit der Benutzung einer Summe a . l auf 1 Monat, auf diese Art erhalten wir die Summen al, bm, cn, dp, die auf 1 Monat benutzt, eben so viel geben, als die Summen a, b, c, d in den respectiven Zeiten l, m, n, p.

Ist nun die gesuchte Zeit x, so ist auch die Benutzung der Summe $(a + b + c + d)$ in x Monat, mit der Benutzung einer Summe $(a + b + c + d) . x$ auf 1 Monat gleichgültig. Daher muß seyn

$$(a + b + c + d) . x = al + bm + cn + dp$$

$$\text{folgl. } x = \frac{al + bm + cn + dp}{a + b + c + d}$$

Beyspiel. Es sey $a = 2832$ Thlr.; $b = 2560$ Thlr.;
$l = 3$ Monat; $m = 9$ Monat;
$c = 1450$ Thlr; $d = p = 0$
$n = 16$ Monat;
folgl. $x = 8$ Monat.

205te Aufg. Ein Kapitalist macht sich verbindlich, einem Kaufmanne 16000 Thlr. auf 15 Monate zu leihen. Da er aber diese Summe auf einmal nicht herbey zu schaffen vermag, so vereinigen sich beyde Theile dahin: daß der Kapitalist vorerst 5000 Thlr. hergeben soll; nach Verlauf von 6 Monaten aber noch 3000 Thlr. und dann wieder nach Verlauf von 8 Monaten die letzten 8000 Thlr. Wie lange kann nun der Kaufmann das sämmtliche Kapital von 16000 Thlr. noch ferner behalten, wenn keinen von beyden Unrecht geschehen soll?

Aufl. Es sey x Monat die Zeit, die er es noch behalten darf, so finden wir, daß er

5000 Thlr., $(6 + 8 + x)$ Monat,
3000 Thlr., $(8 + x)$ Monat,
8000 Thlr., x Monat benutzen

kann. Dieses ist eben so viel, als wenn er folgende Kapitalien $(14 . 5000 + 8 . 3000 + 16000 . x)$ 1 Monat über benutzte.

Da nun diese Benutzung gleich der Benutzung von 16000 Thlr. auf 15 Monate seyn soll, so haben wir

$$14 . 5000 + 8 . 3000 + 16000x = 16000 . 15$$
$$35 + 12 + 8x = 120$$
$$8x = 73.$$

folgl. $x = 9\frac{1}{8}$ Monat.

206te Aufg. Jemand erhandelte eine gewisse Waare für 4500 Thlr., welche aber erst nach einem Jahre bezahlt zu werden braucht. Er wird mit dem

Ver-

Verkäufer eins, ihm 1500 Thlr. baar zu bezahlen, und die übrigen 3000 Thlr. in vier gleichen Terminen jedesmal mit 750 Thlr. abzutragen. Wie groß muß der Zeitraum zwischen jeden zwey aufeinander folgenden Terminen seyn, wenn keiner von beyden Theilen darunter Schaden leiden soll?

Aufl. Der Zeitraum zwischen zwey aufeinander folgende Termine sey x Monate, so kann der Käufer folgende Rechnung machen. Da ich die 4500 Thlr. erst nach 12 Monat zu zahlen schuldig bin, so ist die Benutzung hiervon, so viel als die Benutzung eines Capitals von 12 . 4500 Thlr. auf 1 Monat. Die Benutzung der einzeln Summen, die ich zahle, muß nun zusammen eben so viel betragen. Diese benutze ich nun wie folget:

1500 Thlr. auf 0 Monat,
750 " auf 1 . x Monat,
750 " auf 2x "
750 " auf 3x "
750 " auf 4x "

welches so viel ist als 7500 . x Thlr. auf 1 Monat.

Demnach $7500 \cdot x = 12 \cdot 4500$

folgl. $x = 7\frac{1}{2}$ Monat.

207te Aufg. Eine gewisse Summe ist folgendermaßen zu bezahlen: 1376 Thlr. nach 5 Monaten, 3 Monat später 2560 Thlr., und der Rest wieder 5 Monat später. Sollte die ganze Summe auf einmal entrichtet werden, so müßte es nach 10 Monaten geschehen. Wie viel war überhaupt zu bezahlen?

Aufl. Der Empfänger würde die ihm zu leistende Zahlungen wie folget benutzen können:

1376

1376 Thlr. ganzer 8 Monat über, also eben so viel als
8 . 1376 = 11008 Thlr. auf 1 Monat.
2560 Thlr. ganzer 5 Monat über, also eben so viel als
5 . 2560 = 12800 Thlr. auf 1 Monat.
Den Rest o o o o

Wäre nun der Rest das nach 10 Monat auf einmal zu zahlende Kapital, so kann, da die festgesetzte ganze Zahlungsfrist 13 Monat beträgt, der Empfänger das Kapital x nur (13 — 10) = 3 Monat benutzen, binnen welcher Zeit es ihm eben so viel als jene einzelne Kapitalien eingebracht haben muß;

demnach 3x = 23808 Thlr.

folgl. x = 7936 Thlr.

208te Aufg. Ein Bote wurde von A nach B, welches 63 Meilen ist, abgesandt, mit Befehl täglich nur 5 Meilen zurückzulegen: am siebenden Tage begegnete ihm ein Bote, welcher 3 Tage nach ihm von B nach A ausgesandt worden. Wie viel Meilen hat derselbe täglich mehr, als jener, zurückgelegt?

Der zweyte Bote habe x Meilen täglich mehr zurückgelegt, als der erste, so hat er also täglich 5 + x Meilen gemacht. Er ist 4 Tage unterwegens gewesen, und in dieser Zeit hat er also 4 (5 + x) = 20 + 4x Meilen gemacht. Der erste Bote machte täglich 5 Meilen, und ist 7 Tage unterwegens, in dieser Zeit macht er 5 . 7 = 35 Meilen.

Nun muß also, um die Bedingungen der Aufgabe zu erfüllen

35 + 20 + 4x = 63 seyn,
oder 55 + 4x = 63 55 subtrah.

bleibt 4x = 8 mit 4 divid.

folgl. x = 2 Meilen hat der zweyte Bote täglich mehr zurückgelegt, als der erste.

Pro-

Probe. Der erste Bote hat in 7 Tagen gem. 35 Meilen,
der zweyte Bote hat in 4 Tagen gem. 28 Meilen,

Summa 63 Meilen.

209te Aufg. Aus einem Spiel von 32 Karten werden 3 Karten gezogen. Auf jede derselben werden so viel Karten gelegt, als erforderlich sind, damit die Anzahl derselben mit der Zahl der Augen der Karte, worauf man sie legt, 15 ausmache. Nun bleiben noch 8 Karten übrig. Was ist die Summe der Augen der 3 ersten Karten?

Arithm. Da die Summe der Augen jeder der 3 ersten Karten und der Anzahl der auf sie gelegten Karten 15 ausmachen muß; so beträgt die Summe der Augen der 3 ersten Karten, und aller auf dieselbe gelegten Karten 45.

Da das Spiel aus 32 Karten besteht; und die 3 ersten Karten mit den 8 übrig gebliebenen 11 machen; so ist die Anzahl der auf die 3 ersten gelegten Karten 21. Die Zahl der Augen der untern Karten ist also der Ueberschuß von 45 über 21, d. i. 24.

Algebr. Ben. Summe der Augen der drei ersten Karten = x
Anzahl der daraufgelegten Kart. 45 — x
Anzahl der Karten, welche die 3 Häufgen ausmachen, 48 — x

Da das Spiel aus 32 Karten besteht, und 8 Karten übrig bleiben, so muß die Sum. der Kart. in den 3 Häufgen seyn 24.

Bed. 48 — x = 24.

Red. u. Aufl. x = 24 Zahl der Augen der 3 erst. Kart.
45 — x = 21 die auf die 3 ersten gelegten Kart.
48 — x = 24 Karten, welche die 3 Häufg. ausm.

Probe. 24 = 24.

210te Allg. Aufg. Aus einem Spiel von a Karten werden m Karten gezogen. Auf jede derselben werden so viel Karten gelegt, daß ihre Anzahl und die Zahl der Augen jeder unten liegenden Karte zusammen die Summe n ausmachen. — Es bleiben r Karten übrig. Wie groß ist die Summe der ersten Karten?

Ben. Summe der Augen der m ersten Karten . x
Anzahl der daraufgelegten Karten . m . n — x
Anzahl der Kart. in allen Häufgen m . n + m — x
Anzahl aller Karten = m . n + m + r — x

Bed. m . n + m + r — x = a.

Red. u. Aufl. $x = m \cdot n + m + r - a = m(n + 1) + r - a$
Sum. der Augen in den m erst. Kart.
$m \cdot n - x = a - m - r$ Anzahl der daraufgelegten Karten.
$m \cdot n + m - x = a - r$ Anzahl der Karten in allen Häufgen.
$m \cdot n + r - x = a$ Anzahl aller Karten.

211te Aufg. Aus einem Spiel von 32 Karten zieht man 4. Auf jede derselben legt man so viel Karten, als nöthig sind, damit die Anzahl dieser Karten sammt den Augen derjenigen, auf welche man sie gelegt hat, 12 machen. Es blieben noch 5 Karten übrig. Wie groß ist die Summe der Augen der 4 ersten Karten?

Aufl. Hier ist
$a = 32,\ n = 12,\ m = 4,\ r = 5$ } folgl. $x = 4 \cdot 12 + 4 + 5 - 32 = 25$ Sum. der Augen der 4 ersten Karten.

212te Aufg. Aus einem Spiel von 52 Karten macht man 5 Häufchen. Die Zahl der Augen jeder unten liegenden Karte, sammt der Anzahl der darauf gelegten Karten, macht 16. Es bleiben 10 Kar-

ten übrig. Wie viel beträgt die Summe der Augen der 5 ersten Karten?

Aufl. Hier ist

$a = 52,\ b = 16$ } folgl. $x = 5 . 17 + 10 - 52 = 43$
$m = 5,\ r = 10$ } Sum. der Augen der 5 ersten Karten.

1te Anmerk. Wenn $a = 32$, $m = 3$ und $n = 15$, so ist $x = 16 + r$, welches die leichte Regel giebt: zu den übriggebliebenen Karten addire man immer 16, so hat man die Zahl der Augen der drey ersten Karten.

2te Anmerk. Wäre $r = 0$, so ist $x = m(n+1) - a$.

3te Anmerk. Es könnte der Fall eintreten, daß die Summe der Augen der m ersten Karten so geringe ist, daß wenn man durch Zuzählung in jedem der m Haufen, die Zahl n erreichen soll, $n . m > a$ ist. In diesem Falle würden nicht r Karten übrig bleiben, sondern es würden vielmehr r fehlen. Demnach wäre $x = m(n+1) - a - r$. Für $a = 32$, $m = 3$, $n = 15$ wäre $x = 16 - r = 1 + (15 - r)$; wo $15 - r$ die in den letzten Haufen gezählten Einheiten bedeutet; fehlten mir z. B. noch 10 Karten, um in den letzten Haufen bis 15 zählen zu können, so ist $x = 16 - 10 = 6$, oder da ich im letzten Haufen nur bis 5 habe zählen können, so ist $x = 1 + 5 = 6$.

213te Aufg. Zu einer Verlassenschaft, die nach Abzug gerichtlicher Kosten sich auf a Thlr. beläuft, melden sich drey Gläubiger, A, B, C, der eine mit einer Forderung von b, der andere c und der dritte von d Thlr. Da nun die Verlassenschaft nicht hinreicht, die drey Gläubiger zu befriedigen, und ihre Ansprüche auch überdies nicht gleich rechtskräftig sind: so soll nach einem gerichtlichen Ausspruch die Masse unter die Gläubiger, nach Verhält-

hältniß ihrer Forderungen vertheilt werden, zugleich aber der zweyte m, und der dritte n Procente über den ihm zukommenden Theil erhalten. Wie viel wird demnach jeder bekommen?

Aufl. B erhält zu seiner Forderung noch $\frac{m \cdot c}{100}$.

C erhält zu seiner Forderung noch $\frac{n \cdot d}{100}$.

Die Verlassenschaft muß also nach den Verhältniß der Kapitalien b.

$$c + \frac{mc}{100} = \frac{(100+m)c}{100}$$

$$cd + \frac{nd}{100} = \frac{(100+n)d}{100}$$ vertheilt werden.

Nach der Gesellschaftsrechnung würde also

wenn $\frac{100 \cdot a}{100(b+c+d)+mc+nd} = \lambda$ gesetzt wird,

A erhalten $\lambda \cdot b$

B " $\lambda \cdot \frac{100+m}{100} \cdot c$

C " $\lambda \cdot \frac{100+n}{100} \cdot d$

Beyspiel. Es sey $a = 3139$ Thlr.; $b = 2000$ Thlr.;
$c = 2500$ Thlr.;
$m = 10$ und $n = 25$,
so ist $\lambda = \frac{3139}{9125} = \frac{43}{125} = \frac{43 \cdot 4}{500}$

Demnach erhält A = 688 Thlr.
B = 946 Thlr.
C = 1505 Thlr.

214te Aufg. Ein Kanal von 1200 Quadratruthen wurde also angefangen, daß täglich 40 Ruthen fertig wurden: nach 5 Tagen wurde auch auf der andern Seite zu graben angefangen, um nur noch 10 Tage damit zuzubringen. Wie viel Ruthen haben auf dieser Seite täglich mehr ausgeführt werden müssen, als auf der ersten Seite?

Täg:

Täglich sind auf der andern Seite x Ruthen mehr ausgeführt, so wurden also täglich gemacht $40 + x$ Ruthen, und dies 10 Tage lang, binnen dieser Zeit wurde also gemacht $10(40 + x)$ Ruthen. Am erstern Ende sind $5 + 10 = 15$ Tage gearbeitet worden, binnen dieser Zeit wurden fertig $15 . 40$ Ruthen. Den Bedingungen der Aufgabe gemäß muß

$15 . 40 + 10(40 + x) = 1200$ seyn mit 10 divid.

bleibt $15 . 4 + 40 + x = 120$

oder $100 + x = 120$ 100 subtrah.

folgl. $x = 20$ Ruthen täglich mehr.

215te Aufg. An einer Wasserleitung von 6000 Ruthen war schon 14 Wochen gearbeitet, und täglich 20 Ruthen fertig gemacht; weil aber die Arbeit beschleunigt werden sollte, stellte man gegenseitig Arbeiter an, und brachte also die Arbeit in den folgenden 20 Wochen zu Stande. Wie viel Ruthen haben letztere Arbeiter täglich mehr oder weniger gearbeitet?

Da nachdem was täglich mehr gemacht wird, und welches wir durch x bezeichnen wollen, gefragt ist: so müssen wir die angegebene Wochenzahl in Tage verwandeln, die Woche zu 6 Tage gerechnet.

Diese letztern Arbeiter haben also täglich $20 + x$ Ruthen fertig gemacht, und dies 20 Wochen hindurch, mithin binnen dieser ganzen Zeit haben sie fertig gemacht $6 . 20(20 + x)$ Ruthen. Die ersten Arbeiter haben nun gearbeitet $14 + 20 = 34$ Wochen $= 34 . 6$ Tage, und in dieser Zeit fertig gemacht $34 . 6 . 20$ Ruthen.

Nun

Nun muß laut der Aufgabe:
$6.20(20+x)+34.6.20=6000$ seyn, mit 6.20 divid.

giebt $20+x+34=50$
oder $54+x=50$ 54 subtrah.

folgl. $x=-4$ Ruthen.

Die — 4 zeigt also an, daß sie täglich so viel weniger machen.

216te Aufg. An einem Kanal von 1200 Quadratthen wurden täglich 40 Ruthen ausgeführt: nach etlichen Tagen aber fing man an, auf der andern Seite täglich 60 Ruthen auszugraben, und wurde alsdenn in 10 Tagen fertig. Wie viel waren der etlichen Tage?

Der etlichen Tage sind x gewesen. Da nun täglich 40 Ruthen ausgeführt sind, so werden in x Tagen ausgeführt? Antwort $40.x$ Ruthen. Die andern 10 Tage über sind täglich auf der einen Seite 40, auf der andern aber 60 Ruthen gemacht, also zusammen täglich $40+60=100$ Ruthen, folglich in 10 Tagen 1000 Ruthen fertig geworden.

Um den Bedingungen der Aufgabe Gnüge zu leisten,
muß $40x+1000=1200$ seyn, 1000 subtrah.

bleibt $40x=200$ mit 40 divid.

folgl. $x=5$ Tage.

Probe. 5 Tage zu 40 Ruthen, machen 200 Ruthen,
10 Tage zu 100 Ruthen, machen 1000 Ruthen,
addirt
Summa 1200 Ruthen.

217te Aufg. In einer Fabrike verfertigte ein Arbeiter täglich 14 Ellen: als er etliche Tage gearbeitet, wurde noch einer zu dieser Arbeit angestellt, wel-

welcher täglich 17 Ellen fertig machte, und alsd mit jenem in 4 Tagen 180 Ellen zu Stande brachte. Wie viel Tage hatte der erste Arbeiter allein gearbeitet?

Wir antworten: x Tage hat er allein gearbeitet, und x finden wir durch folgende Schlüsse.

Der erste Arbeiter arbeitet überhaupt x + 4 Tage, und da er täglich 14 Ellen macht, so verfertiget er in dieser Zeit $14 (x + 4) = 14x + 56$ Ellen.

Der zweyte Arbeiter hingegen arbeitet nur 4 Tage, und verfertigt in dieser Zeit $4 . 17 = 68$ Ellen.

Die Bedingungen der Aufgabe erfordern, daß

$14x + 56 + 68 = 180$ ist,

oder $14x + 124 = 180$ 124 subtrah.

bleibt $14x = 56$ mit 14 dividirt.

folgl. $x = 4$ Tage, die der erste allein gearbeitet hat.

118te Aufg. Ein Faß Wein wurde um 224 Thlr. verkauft, und dabey verlohren; wäre es aber um 260 Thlr. verkauft worden, so wäre der Gewinn dreymal so viel gewesen, als der Verlust war. Wie theuer ist solches eingekauft worden?

Wir wollen setzen, daß das Faß Wein zu x Thlr. eingekauft ist, so wird der Verlust ausgedrückt durch $x - 224$ und der Gewinnst durch $260 - x$.

Laut der Aufgabe soll

$3 (x - 224) = 260 - x$ seyn

oder $3x - 672 = 260 - x$ 672 subtrah.

bleibt $3x = 932 - x$ x addirt.

giebt $4x = 932$ mit 4 divid.

folgl. $x = 233$ Thlr. Einkaufspreiß.

Hätte

Hätte man den Verlust mit y bezeichnet, so würde man folgende Gleichung erhalten.

Einkaufspreiß $= 224 + y = 260 - 3y$ 3y subtr.

bleibt $224 + 4y = 260$ 224 subtrah.

bleibt $4y = 36$ mit 4 divid.

folgl. $y = 9$ Thlr. Verlust, und $9 + 224 = 233$ Thlr.

Arithm. Aufl. Wenn der Wein um 36 Thlr. mehr verkauft wird, so wird nicht allein nichts verlohren, sondern noch 3mal so viel gewonnen, d. h 4mal so viel gewonnen. Man braucht also nur 36 durch 4 zu theilen, um den Verlust und so die Einkaufs-Summe des Weins zu erhalten.

219te Aufg. Drey Kaufleute unternehmen gemeinschaftlich einen Handel. Der erste giebt dazu 17000 Thlr., der 2te 13000, der 3te 10000 Thlr. da sie einen haben müssen, welcher die dabey vorfallenden Geschäfte besorgt, so übernimmt der, welcher nur 10000 Thlr. gegeben hat, alle Verrichtungen, mit der Bedingung, daß er 3 Procent mehr bekomme, als ihm nach Verhältniß seiner Einlage zu den Einlagen der beyden andern zukommen würde. Der Gewinnst beläuft sich auf $35262\frac{1}{2}$ Thlr. Wie viel bekömmt jeder?

Aufl. Hier ist nach der vorhergehenden Aufgabe

$a = 35262\frac{1}{2}$ Thlr.
$b = 17000$ Thlr.
$c = 13000$ Thlr.
$d = 10000$ Thlr.
$m = 0$
$n = 3$ Procent,

mithin $\lambda = \frac{37}{40}\frac{25}{30}\frac{250}{000} = \frac{28}{32}\frac{21}{24} = \frac{7}{8}.\frac{40}{32}\frac{3}{3} = \frac{7}{8}$
folgl. erhält der erste 14875 Thlr.
der 2te 11375 Thlr.
der 3te $9012\frac{1}{2}$ Thlr.

220ste Aufg. Drey Personen A, B, C, legen zu einer Handlungsunternehmung eine gewisse Summe zusammen; B legt die Hälfte mehr als A, und C 300 Thlr. mehr als A und B zusammen genommen. Nach einiger Zeit wird der auf 5020 Thlr. sich belaufende Gewinnst getheilt und C erhielt für seinen Theil 2570 Thlr. Wie viel hat jeder eingelegt?

Aufl. A hat x eingelegt,
also B hat $x + \frac{1}{2}x = \frac{3}{2}x$,
und C hat $x + \frac{3}{2}x + 300 = \frac{5}{2}x + 300$.
Mithin haben alle 3 zusammen eingelegt
$5x + 300$
Nun muß sich verhalten
$5020 : 2570 = (5x + 300) : (\frac{5}{2}x + 300)$
also $257\,(x + 60) = 502\,(\frac{x}{2} + 60)$
oder $257x + 257 . 60 = 251 . x + 502 . 60$
Mithin $6x = 245 . 60$
folgl. $x = 2450$ Thlr. die Einlage von A,
daher 3675 Thlr. " " B,
und 6425 Thlr. " " C.

221ste Aufg. Drey Kaufleute errichten einen Compagniehandel: C giebt dazu 5600 Thlr. her, A aber 320 Thlr. weniger als B A läßt sein Geld 7, B 14, und C 12 Monat in der Handlung. Der Gewinnst von $2402\frac{1}{6}$ Thlr. wird nun unter die Theilnehmer, nach Verhältniß der Einlage und der Zeit vertheilt; da erhält B für seinen Theil 879 Thlr. 16 Gr. Wie viel hat jeder eingelegt?

Aufl.

Aufl. A habe x eingelegt, so hat B, $x + 320$ und C 5600.

Alles auf die Zeit von einem Monat reducirt und zusammengezogen giebt $21 . x + 14 . 320 + 12 . 5600$

Nun muß sich verhalten

$(21x + 14 . 320 + 12 . 5600) : 14 (x + 310)$

$= 2402\frac{1}{6} : 879\frac{2}{3}$

$(3x + 640 + 9600) : 2 (x + 320) = 14413\frac{1}{2} : 2639$

$7917x + 1320 . 32 . 2639 = 14413 . x + 320 . 14413$

$320 . 84448 = 6496 . x + 320 . 14413$

$320 . 70035 = 6496 . x$

folgl. $x = \frac{320 . 70035}{6496} = 3450$ Thlr. so viel hat A eingelegt,

daher hat B 3770 Thlr. eingelegt.

222ste Aufg. Zwey Personen A, und B reisen von 2 Städten zu gleicher Zeit gegen einander aus. A macht täglich 6 und B $7\frac{1}{2}$ Meilen. Wenn sie nun in 8 Tagen zusammenkommen, so fragt sichs, wie weit beyde Städte von einander entlegen sind?

Die unbekannte Größe wäre hier die Entfernung der beyden Städte von einander, und erlaubt ist es uns allerdings sie mit x zu bezeichnen, und warum soll man dies auch nicht thun? Die Auflösung erhält dadurch ein algebraisches Ansehn, und wer weiß ob sie nicht schon deswegen von Jemand, ein Gott sey bey uns, herauslockt.

A macht täglich 6 Meilen, also in 8 Tagen 6. 8 = 48 Meilen. B macht täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen, also in 8 Tagen $7\frac{1}{2}$. 8 = 60 Meilen. Beyde Personen machen also in 8 Tagen 108 Meilen, und da sie einander grade entgegen gereißt sind, und beyde grade 8 Tage unterwegens wären,

ren, als sie sich begegneten: so ist offenbar, die Entfernung der beyden Städte = 108 Meilen = dem bewußten x.

223ste Aufg. Zwey Boten gehen von 2 Städten, welche 100 Meilen von einander liegen, zu gleicher Zeit gegen einander aus. Wenn nun A täglich $5\frac{3}{4}$ Meilen und B $6\frac{1}{2}$ Meilen gegangen sind, so frägt's sichs, in wie viel Tagen sie zusammen getroffen sind?

Antwort: in x Tagen.

A geht täglich $5\frac{3}{4}$ Meilen, also in x Tagen $5\frac{3}{4}x = {}^{23}\frac{x}{4}$ Meil. B geht tägl $6\frac{1}{2}$ Meil. also in x Tagen $6\frac{1}{2}\,x = {}^{13}\frac{x}{2}$ M. Beyde zusam. machen also in x Tagen

$${}^{23}\frac{x}{4} + {}^{13}\frac{x}{2} \text{ Meilen} = {}^{23}\frac{x}{4} + {}^{26}\frac{x}{4} = {}^{49}\frac{x}{4} \text{ Meilen.}$$

In x Tagen müssen sie aber 100 Meilen zurückgelegt haben,

mithin ist $\frac{49x}{4} = 100$ mit $\frac{49}{4}$ divid.

folgl. $x = \frac{400}{49} = 8\frac{8}{49}$ Tage.

Probe. A täglich $5\frac{3}{4}$ Meilen, also in $8\frac{8}{49}$ Tagen $= 46\frac{46}{49}$ Meilen, B täglich $6\frac{1}{2}$ Meile, also in $8\frac{8}{49}$ Tagen $53\frac{3}{49}$ Meilen.

Summa 100 Meilen.

224ste Aufg. Zwey Boten gehen einander nach. A ist 5 Tage voraus; den holt B, welcher täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen gehet, in 15 Tagen ein. Wie viel Meilen ist A täglich gegangen?

A wird täglich x Meilen haben gehen müssen. 5 und 15, also 20 Tage ist A unterwegens. Täglich macht A x Meilen, also in 20 Tagen 20x Meilen. B ist 15 Tage unterwegens, und macht täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen,

also binnen dieser Zeit $7\frac{1}{2} \cdot 15 = 112\frac{1}{2}$ Meile. Da nun B, A eingeholt hat, so müssen sie gleich viel Meilen gemacht haben, mithin muß

$20x = 112\frac{1}{2}$ seyn, mit 20 divid.

folgl. $x = 5\frac{5}{8}$ Meilen.

A muß also täglich $5\frac{5}{8}$ Meilen gehen.

Probe. A geht täglich $5\frac{5}{8}$ Meilen, also in 20 Tagen

$20 \cdot 5\frac{5}{8} = 112\frac{1}{2}$ Meilen,

eben so viel macht der Bote B in 15 Tagen.

225ste Aufg.. Zwey Boten gehen einander nach. A geht täglich 6, und B täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen. Wenn nun B den A in 24 Tagen einholt, so frägts sich: wie viel Tage A voraus gewesen sey?

Setzen wir, er sey x Tage voraus gewesen. Da A eing holt ist, war er überhaupt $x + 24$ Tage unterwegens, binnen dieser Zeit macht er, da er täglich 6 Meilen geht, $6(x + 24)$ Meilen.

B geht täglich $7\frac{1}{2}$ Meile, also in 24 Tagen, $7\frac{1}{2} \cdot 24 = 180$ Meilen.

Da A von B eingeholt ist in 24 Tagen; so muß nothwendig

$6(x + 24) = 180$ seyn, mit 6 divid.

kommt $x + 24 = 30$ 24 subtrah.

folgl. $x = 6$ Tage, die A voraus gewesen.

Probe. A ist also überhaupt, weil er eingeholt worden, unterwegens gewesen $6 + 24 = 30$ Tage, täglich geht er 6 Meilen, also in 30, 180 Meilen. Eben so viel macht B in 24 Tagen.

226ste Aufg. Ein Bote A geht täglich $5\frac{3}{4}$ Meilen, und ist $4\frac{1}{2}$ Tage voraus. Nun schickt man einen an-

andern Boten B nach, der ihn in 12 Tagen einholen soll. Wie viele Meilen muß B täglich gehen?

B muß täglich x Meilen gehen.
Macht also in 12 Tagen $12x$ Meilen.

A ist, da er von B eingeholt wird, $12 + 4\frac{1}{2} = 16\frac{1}{2}$ Tag unterwegens, täglich macht er $5\frac{3}{4}$ Meilen, also binnen dieser Zeit

$$5\frac{3}{4} \cdot 16\frac{1}{2} = 94\frac{7}{8} \text{ Meilen.}$$

Es ist demnach, $12x = 94\frac{7}{8}$ mit 12 divid.

folgl. $x = 7\frac{22}{32}$ Meilen, so B täglich gehen muß, um in 12 Tagen A einzuholen.

Probe. B macht in 12 Tagen $12\frac{22}{32} = 94\frac{7}{8}$ Meilen, und eben so viel macht A in $16\frac{1}{2}$ Tage.

227ste Aufg. Zwey Boten gehen einander nach. A ist 5 Tage voraus, und geht täglich 6 Meilen. Es fragt sich, in wie viel Tagen ihn B einholen werde, der täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen gehet?

Setzen wir, daß das Einholen in x Tagen geschehe. B macht täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen, also in x Tagen $\frac{15}{2}x$ Meilen. Wenn B x Tage unterwegens ist, so ist alsdann A, $5 + x$ Tage unterwegens. Da er nun täglich 6 Meilen geht, so wird er binnen dieser Zeit $6(5 + x) = 30 + 6x$ Meilen zurück legen.

Da nun B den A eingeholet haben soll, so müssen sie eine gleich große Anzahl zurück gelegt haben. Es muß daher

$\frac{15}{2}x = 30 + 6x$ seyn, mit 2 multipl.

giebt $15x = 60 + 12x$ 12x subtrah.

bleibt $3x = 60$ mit 3 divid.

folgl. $x = 20$ Tagen, in dieser Zeit hätte B den A eingeholet.

Pro-

Probe. B geht täglich $7\frac{1}{2}$ Meile, also in 20 Tagen 150 Meilen. A geht täglich 6 Meilen, also in 25 Tagen 150 Meilen, also haben beyde gleichviel zurück gelegt.

228ste Aufg. Zwey Boten gehen von 2 Städten zu gleicher Zeit gegen einander aus; und da sie in 8 Tagen zusammen kommen, so findet A, daß er $\frac{1}{3}$ des Weges und 12 Meilen, B aber $\frac{1}{4}$ des Weges und 24 Meilen gemacht habe. Wie weit sind beyde Städte von einander entlegen?

Beyder Städte Entfernung von einander sey x Meilen. Der Weg, den A also zurück gelegt hat, ist

$= \frac{1}{3}x + 12$ Meil. der Weg, den B zurückgel. hat, ist

$= \frac{1}{4}x + 24$ Meilen,

addirt, A u. B hab. also zus. zurückgelegt $\frac{7}{12}x + 36$ Meilen.

Was A und B aber zusammen zurückgelegt haben, ist = der Entfernung beyder Städte von einander = x; mithin ist auch

$\frac{7}{12}x + 36 = x$ mit 12 multipl.

giebt $7x + 432 = 12x$ $7x$ subtrah.

bleibt $432 = 5x$ mit 5 divid.

folgt. $86\frac{2}{5} = x$ Meilen, so viel beträgt die Entfernung beyder Städte von einander.

Arithm. Aufl. Ueberhaupt haben beyde Boten zusammen einen Weg zurückgelegt, der gleich ist $\frac{7}{12}$ des Weges nebst 36 Meilen, also braucht man nur 36 durch 5 zu theilen, um den Werth für $\frac{1}{12}$ der Entfernung beyder Städte zu haben.

Probe. A legt zurück $86\frac{2}{5} + 12 = 28\frac{4}{5} + 12 = 40\frac{4}{5}$ M.

B legt zurück $86\frac{2}{5} + 24 = 21\frac{3}{5} + 24 = 45\frac{3}{5}$

und $40\frac{4}{5} + 45\frac{3}{5} = 86\frac{2}{5}$ Meilen.

229ste

229ste Aufg. Es liegen 2 Städte 100 Meilen weit von einander entfernt, und aus denselben werden zu gleicher Zeit 2 Couriers gegen einander ausgeschickt. A würde den ganzen Weg in 12 Tagen zurücklegen. B in 13 Tagen. Es fragt sich, in wie viel Tagen beyde Courire zusammen kommen, und wie viel Meilen jeder zurück gelegt habe?

In x Tagen werden sie beyde zusammen kommen. 100 Meilen zu machen brauchte A 12 Tage, also macht er täglich $\frac{100}{12}$ Meilen, mithin in x Tagen $\frac{100x}{12}$ Meilen.

B konnte diese 100 Meilen in 13 Tage zurücklegen, mithin reißt er jeden Tag $\frac{100}{13}$ Meilen, also in x Tagen $\frac{100x}{13}$ Meilen.

A und B legen also zusammen $\frac{100x}{12} + \frac{100x}{13}$ Meilen zurück. Was sie beyde zurück gelegt haben, beträgt 100 Meilen, oder die ganze Entfernung der beyden Städte. Demnach ist

$$\frac{100x}{12} + \frac{100x}{13} = 100 \quad \text{mit 100 divid.}$$

giebt $\frac{x}{12} + \frac{x}{13} = \frac{25x}{156}$ mit $\frac{25}{156}$ divid.

folgl. $x = \frac{156}{25} = 6\frac{6}{25}$ Tage.

Also begegnen sie sich in $6\frac{6}{25}$ Tagen.

Arithm. Aufl. Aus der Aufgabe erhellet, daß, wenn B eine Meile, A $1\frac{1}{12}$ Meile, wenn also B 12 Meilen, A 13 Meilen, und überhaupt, wenn B 12 gleiche Theile, A 13 solcher Theile zurück gelegt, so oft also 25 in 100 enthalten ist, so oft hat A 13, und B 12 Meilen gemacht. Da nun ferner A täglich $8\frac{1}{3}$ Meile macht, so braucht man nur 52 durch $8\frac{1}{3}$ zu dividiren, um die Anzahl der Tage, wo beyde Courire sich begegnen werden, zu erhalten. Oder man schliesse so: A macht täglich $\frac{1}{12}$ des ganzen Weges und B täglich $\frac{1}{13}$ des ganzen Weges, also machen A und B täglich zusammen $\frac{1}{12} + \frac{1}{13} = \frac{25}{156}$ des ganzen Weges, auf diese

Art

Art muß der ganze Weg in $\frac{156}{12} = 6\frac{6}{25}$ Tagen von beyden zurück gelegt werden.

Probe. A geht täglich $\frac{100}{12}$ Meilen also in $6\frac{6}{25}$ Tagen $\frac{100}{12} \cdot 6\frac{6}{25} = 52$ Meilen. B geht täglich $\frac{100}{13}$ Meil. also in $6\frac{6}{25}$ Tagen $\frac{100}{13} \cdot 6\frac{6}{25} = 48$ Meilen. und richtig sind $52 + 48 = 100$ Meilen.

Durch Reguladetri hätte diese Aufgabe kürzer so aufgelöst werden können:

12 Tage – 100 Meilen – x Tage = $\frac{100x}{12}$ Meilen,
ferner 13 Tage – 100 Meilen – x Tage = $\frac{100x}{13}$ Meilen,
addirt, $\frac{100x}{12} + \frac{100x}{13}$ Meilen.

mithin $\frac{100x}{12} + \frac{100x}{13} = 100$, und nun schließt man weiter wie vorhin.

230ste Aufg. An einem Baume, der 30 Ellen hoch ist, kriecht ein Wurm täglich 3 Ellen hinauf. Bey Nacht fällt er wieder 1 Elle zurück. Zu gleicher Zeit ist oben am Gipfel eine Schnecke, welche bey Tage 4 Ellen herab, und bey Nacht wieder 1 Elle hinauf kriecht. Es frägt sich, in wie viel Tagen beyde einander begegnen, wenn man den Tag zu 24 Stunden rechnet?

In x Tagen werden sie sich einander begegnen. Der Wurm kriecht bey Tage täglich 3 Ellen hinauf und des Nachts wieder 1 Elle zurück, so kriecht er also Tag und Nacht eigentlich nur 2 Ellen am Baume hinauf.

Aus eben den Gründen kriecht die Schnecke in einemmal Tag und Nacht eigentlich nur 3 Ellen am Baume herunter.

Der Wurm der täglich 2 Ellen hinauf kriecht, kriecht in x Tagen 2x Ellen hinauf.

Die Schnecke die täglich 3 Ellen herab kriecht, kriecht in x Tagen 3x Ellen herab.

Mit-

Mithin muß $2x + 3x = 5x =$ der ganzen Höhe des Baumes seyn.

Aber die Höhe des Baumes ist $=$ 30 Ellen,
also ist $5x = 30$ mit 5 divid.

folgl. $x =$ 6 Tage, in dieser Zeit haben sie sich begegnet, die Probe ist wie gewöhnlich.

231ste Aufg. Es liegen 2 Städte 100 Meilen weit von einander: davon gehen 2 Boten A und B zu gleicher Zeit gegen einander aus, und kommen in 8 Tagen zusammen, und B macht täglich $1\frac{1}{2}$ Meile mehr als A. Wie viel Meilen legt jeder täglich zurück?

A setzen wir, geht täglich x Meilen, also
B wird alsdann täglich $x + 1\frac{1}{2}$ Meile gehen.

In 8 Tagen wird also A machen $8x$ Meilen, und
B in 8 Tagen $8(x + 1\frac{1}{2}) = 8x + 12$ Meilen.
addirt,
Beyde machen also in 8 Tagen $16x + 12$ Meilen.

und in 8 Tagen haben sie sich begegnet, haben also 100 Meilen gemacht.

Daher $16x + 12 = 100$ ist 12 subtrah.
bleibt $16x = 88$ mit 16 divid.

folgl. $x = 5\frac{1}{2}$ Meile, so A täglich zurücklegt
Also B $5\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 7$ Meilen täglich.
Die Probe ist wie gewöhnlich.

Man vergleiche diese Auflösung mit der von dem Herrn Prof. Rösler gegebenen in seiner Algebra, Seite 47.

232ste Aufg. Es findet sich, daß jedesmal um 12 Uhr der Stunden- und Minutenzeiger an einer Uhr gra-

grade übereinander stehen. Es frägt sich, um welche Zeit selbige nachdem zum 1sten, 2ten, 3ten u. s. w. mal wieder grade übereinander zu stehen kommen?

Aufl. Zum erstenmale geschiehet dieses in x Minuten. Während der Zeit daß der Stundenzeiger 5 Minuten durchläuft, hat der Minutenzeiger grade 60 Minuten durchlaufen, so viel läßt sich also hieraus schliessen, daß x mehr denn 5 Minuten beträgt, und wenn der Minutenzeiger grade über dem Stundenzeiger stehen soll, so muß, indem der Stundenzeiger x Minuten gegangen ist, der Minutenzeiger 60 + x Minuten gegangen haben, und weil dieser 12 Minuten gehet, wenn der andere 1 Minute gehet, so ist:

$$12x = 60 + x \quad \text{subtrah:}$$

$$\text{bleibt } 11x = 60 \quad \text{mit 11 divid.}$$

$$\text{folgl. } x = 5\tfrac{5}{11} \text{ Minuten.}$$

Also ist der Stundenzeiger $5\frac{5}{11}$ Minuten gegangen, da sie zum erstenmal über einander zu stehen kommen; über $2 \cdot 5\frac{5}{11} = 10\frac{10}{11}$, das 2te; über $3 \cdot 5\frac{5}{11} = 16\frac{4}{11}$, das 3te; über $4 \cdot 5\frac{5}{11} = 21\frac{9}{11}$, das 4te; über $5 \cdot 5\frac{5}{11} = 27\frac{3}{11}$, das 5te; über $6 \cdot 5\frac{5}{11} = 32\frac{8}{11}$, das 6te; über $7 \cdot 5\frac{5}{11} = 38\frac{2}{11}$, das 7te; über $8 \cdot 5\frac{5}{11} = 43\frac{7}{11}$, das 8te; über $9 \cdot 5\frac{5}{11} = 49\frac{1}{11}$, das 9te; über $10 \cdot 5\frac{5}{11} = 54\frac{6}{11}$, das 10te; und endlich über $11 \cdot 5\frac{5}{11} = 60$ Minuten das 11temal.

Arithm. Aufl. Da der Stundenzeiger 60 Minuten vor dem Minutenzeiger voraus hat, und da ferner, wenn der Stundenzeiger eine Minute, der Minutenzeiger 12 Minuten, also 11 Minuten mehr gehet, so braucht man ja nur zu untersuchen, wie oft diese 11 Minuten in der 60 enthalten sind, wo dann der Quotient die Anzahl der Minuten, wenn sie sich zum erstenmal

de-

decken, woraus sich denn sehr leicht alles Uebrige bestimmen läßt, ergiebt.

233ste Aufg. Ein Comet geht täglich 70 Grad, der Mond hinter ihm her täglich 13°, beyde im Thierkreise von Westen nach Osten. Wann wird der Mond den Cometen bedecken, wenn sie jetzt noch 20 Grad von einander sind?

Gewiß in x Tagen.

Täglich geht der Comet 10 Grad, also in x Tagen $10x$ Grad; und der Mond geht täglich 13 Grad, also in x Tagen $13x$ Grad. Wenn nun der Mond den Cometen in der Zeit x eingeholet haben soll, so muß

$12x = 10x + 20$ seyn — $10x$ subtrah.

bleibt $3x = 20$ — mit 3 divid.

folgl. in $x = 6\frac{2}{3}$ Tagen, wird er ihn eingeholt haben.

234ste Aufg. Ein Bote, welcher in 2 Stunden 5 Meilen geht, ist vor 9 Stunden von einem Orte abgegangen. Man schickt ihm einen andern Boten nach, dessen Geschwindigkeit so groß ist, daß er in 3 Stunden 11 Meilen geht. Nun will man wissen, wo der zweyte Bote den ersten antreffen wird.

Wenn x der Weg ist, welchen der zweyte Bote zurücklegt, ehe er den ersten antrifft: so ist offenbar, daß dieser Weg gleich seyn muß dem Wege, welchen der erste Bote in den 9 Stunden, welche er voraus hatte, zurückgeleget, und dem Wege, welchen eben der erste Bote in der Zeit, da der zweyte gegangen ist, zurückgelegt hat.

Der zweyte Bote macht 11 Meilen in 3 Stunden, also eine Meile in $\frac{3}{11}$ Stunden und also x Meilen in $\frac{3x}{11}$ Stunden.

Der

Der erste Bote geht in 2 Stunden 5 Meilen, also in einer Stunde $\frac{5}{2}$ Meilen.

Der erste Bote, ehe er von dem andern eingeholt wird, ist $9 + \frac{3x}{11}$ Stunden unterweges. Da er nun jede Stunde $\frac{5}{2}$ Meilen geht: so macht er in $9 + \frac{3x}{11}$ Stunden $\frac{5}{2}(9 + \frac{3x}{11}) = \frac{45}{2} + \frac{15x}{22}$ Meilen.

Es ist also $\frac{45}{2} + \frac{15x}{22} = x$ mit 22 multipl.

giebt $495 + 15x = 22x$ 15x subtrah.

bleibt $495 = 7x$ mit 7 divid.

folgl. $70\frac{5}{7} = x$ Meilen. So viel Meilen muß der zweyte Bote zurücklegen, ehe er den ersten antrift.

Probe. Der erste Bote macht die $70\frac{5}{7}$ Meilen in $\frac{2}{5} \cdot 70\frac{5}{7} = 28\frac{2}{7}$ Stunden, hiervon die 9 St., so er vor dem zweyten voraus hat, abgezogen, bleiben $19\frac{2}{7}$ Stunden.

Der zweyte Bote macht $70\frac{5}{7}$ Meilen in $\frac{3}{11} \cdot 70\frac{5}{7} = 19\frac{2}{7}$ Stunden, also ist der erste Bote mit dem zweyten nach Abzug der 9 Stunden gleich lange unterwegens gewesen, wie es auch die Aufgabe besagt.

Andere Aufl. Setzt man das Einholen sey in y Stunden geschehen, so erhält man folgende Gleichung:

$$\frac{11}{3} y = \frac{5}{2}(9 + y)$$
$$22 y = 15(9 + y)$$
$$22 y = 135 + 15 y$$
$$7 y = 135$$

folgl. $y = \frac{135}{7} = 19\frac{2}{7}$ Stunden.

Der von dem zweyten Boten zurückgelegte Weg wäre daher $= \frac{11}{3} \cdot \frac{135}{7} = \frac{11 \cdot 45}{7} = 70\frac{5}{7}$ Meilen.

235ste Aufg. Montags Abends um 8 Uhr reißt ein Bote von Orleans nach Spanien ab, und reißt in 3 Stunden 7 Meilen. Ihm wird ein anderer Bote am ersten Dienstag Vormittags um 10 Uhr von Paris, dessen Entfernung von Orleans wir 34 Meilen setzen wollen, nachgeschickt, dieser muß in 4 Stunden 13 Meilen reisen. Ist die Frage wo sie einander angetroffen?

Der zweyte Bote hat x Meilen zurücklegen müssen, ehe er den ersten einholt. Da nun der zweyte Bote 13 Meilen in 4 Stunden macht: so macht er x Meilen in $\frac{4}{13}x$ Stunden.

Der erste Bote macht in 3 Stunden 7 Meilen, also wird er in $\frac{4}{13}x$ Stunden $\frac{7}{3} \cdot \frac{4}{13}x = \frac{28}{39}x$ Meilen machen; und 14 Stunden ist der zweyte Bote später ausgereißt als der erste, in dieser Zeit macht also der erste noch $\frac{7}{3} \cdot 14 = \frac{98}{3}$ Meilen. 34 Meilen hat er schon vor dem 2ten voraus, also hat er überhaupt gereißt

$$34 + \frac{98}{3} + \frac{28}{39}x = x$$

oder $\frac{200}{3} + \frac{28}{39}x = x$ mit 39 multipl.

giebt $2600 + 28x = 39x$ 28x subtrah.

bleibt $2600 = 11x$ mit 11 divid.

folgl. $236\frac{4}{11} = x$ Meile = dem Wege, den der zweyte Bote machen muß, ehe er den ersten einholt.

Andere Aufl. Der erste Bote werde von den 2ten in y Stunden eingeholt, so ist der Weg des ersten gleich $\frac{7}{3}(14 + y)$ Meilen. Der Weg des 2ten gleich $\frac{13}{4}y$ Meilen. Demnach muß seyn

$$\frac{13y}{4} = \frac{7}{3}(14 + y) + 34$$
$$39y = 28(14 + y) + 12 \cdot 34;$$
$$39y = 28 \cdot 14 + 28y + 12 \cdot 34;$$
$$11y = 28 \cdot 14 + 12 \cdot 34$$

folgl. $y = \frac{28.14+12.34}{11} = \frac{800}{11} = 72\frac{8}{11}$ Stunden.

Arith.

Arithm. Aufl. Da der erste Bote $66\frac{2}{3}$ Meilen bereits voraus hat, und der zweyte $\frac{1}{12}$ Meilen in einer Stunde mehr macht, als der erste, so giebt $\frac{66\frac{2}{3}}{\frac{1}{12}}$ $= 72\frac{8}{11}$ Stunden, in welchen der 2te $236\frac{4}{11}$ Meilen zurücklegen muß, den ersten einzuholen.

236ste Aufl. Es sey die Entfernung zweyer Couriere $= a$; die Zeit um welche der erste früher abreißte $= b$; die Geschwindigkeit des ersten Couriers sey so groß, daß er in der Zeit d, c Meilen zurücklegt, und die Geschwindigkeit des zweiten Couriers so groß, daß er in der Zeit f, e Meilen zurücklegt. Wie drückt man die Zeit aus, nach welcher beyde Couriere zusammen treffen?

Aufl. Der 2te Cour. hole den ersten in der Zeit x ein. Da er nun in der Zeit f, e Meilen macht, so haben wir $f : x = e :$ dem Weg den er in der Zeit x macht, der also $= \frac{ex}{f}$ ist.

Der erste Cour. ist $(b + x)$ Zeit unterwegens und macht in dieser Zeit $\frac{c\,(b+x)}{d}$ Meilen.

Da nun der Weg des 2ten Couriers aus der Entfernung a und aus dem Wege bestehet den der erste Cour. in $(b + x)$ Zeit macht, so hat man

$$a + \frac{cb + cx}{d} = \frac{ex}{f}$$

$$adf + cbf + cfx = dex,$$

$$\text{also } \frac{(a.d + b.c)\,f}{(d.e - c.f)} = x$$

$$\text{folgl. } \frac{(ad + b.c)\,f}{d.e - c.f} = x.$$

Man kann diese Formel auch so ausdrücken:

$x = a + b.\frac{\frac{e}{f}}{\frac{c}{d}}$ so ausgedrückt giebt die Formel folgende Regel:

Den

Den ganzen Weg den der erste Courier voraus hat, dividire man mit den Unterschied ihrer Geschwindigkeiten. Diese Regel würde man auch durch ein arithmetisches Raisonnement finden.

Wenn die Couriere statt sich zu folgen, sich entgegen gehen, so ist in diesem Falle der Weg des ersten offenbar seinem Wege im ersten Sinne entgegengesetzt, daher seine Geschwindigkeit $\frac{c}{d}$ negativ, folglich alsdann

$$x = \frac{a + b \cdot -\frac{c}{d}}{\frac{e}{f} - \left(-\frac{c}{d}\right)} = \frac{a - \frac{b \cdot c}{d}}{\frac{e}{f} + \frac{c}{d}}$$

Dieses giebt folgende Regel: Den Weg um welchen der erste Courier von dem 2ten in den Augenblicke entfernt ist, da der 2te ausreißt, dividirt mit der Summe beyder Geschwindigkeit gibt x.

Wenn die Regel so ausgedrückt wird: die Entfernung des ersten Couriers von dem 2ten in den Augenblick da der 2te ausreißt, dividirt mit der algebraischen Summe ihrer Geschwindigkeiten giebt x; so begreift sie beyde Fälle.

In den meisten Fällen wird man nach folgender Formel bequemer rechnen

$$x = \frac{(a \cdot d - b \cdot c) f}{d \cdot e + c \cdot f}$$

237ste Aufg. Einem Boten, der schon vor 10 Tagen von einem gewissen Orte abgegangen war, wird aus denselben Orte, und auf demselben Wege, ein anderer Bote nachgeschickt, mit dem Auftrag, jenen einzuholen. Wenn nun der erste Bote täglich 4, und der andere täglich 9 Meilen zurück legt: In wie viel Tagen wird der 2te den ersten einholen?

Aufl. Hier ist $a = 0$
$b = 10$
$c = 4$
$d = f = 1$
$e = 9$

folgl. $x = \frac{10.4}{9-4} = 8$ Tage.

238ste Aufg. Aus dem Orte A marschirt ein Regiment gerades Weges nach dem Orte B, und macht täglich $3\frac{1}{2}$ Meilen. Aus dem Orte B marschirt 8 Tage nachher ein anderes Regiment, ebenfalls gerades Weges auf A los, und macht täglich $5\frac{1}{6}$ Meilen. Wenn nun beyde Oerter 80 Meilen von einander entfernt sind: den wie vielsten Tag nach dem Ausmarsche des ersteren werden beyde Regimenter zusammen treffen?

Aufl. Hier ist $a = 80$, $b = 8$, $c = \frac{7}{2}$, $e = \frac{31}{6}$, $d = f = 1$

folgl. $x = \frac{80 - 8.\frac{7}{2}}{\frac{31}{6} + \frac{7}{2}}$

$= \frac{80 - 28}{31 + 21}.6$

$= 6$ Tage nach dem Ausmarsch des 2ten Regiments.

Mithin den $8 + 6 = 14$ten Tag nach dem Ausmarsche des ersten Regiments.

Aus $x = \frac{a + \frac{bc}{d}}{\frac{e}{f} - \frac{c}{d}}$ folgt $\frac{e}{f} = \frac{a + \frac{bc}{d} + \frac{cx}{d}}{x}$

$= \frac{ad + (b + x)c}{dx}$

oder $\frac{e}{f} = \frac{a + (b + x)\frac{c}{d}}{x}$ = der Geschwindigkeit welche das 2te Regiment haben muß um das erste einzuholen.

Gehen sie sich entgegen, so ist die Geschwindigkeit des ersten negativ, daher in diesem Falle

$$\frac{e}{f} = \frac{a + (b + x) \cdot - \frac{c}{d}}{x} = \frac{a - (b + x)\frac{c}{d}}{x}$$

Wenn man überlegt, daß hier a die Entfernung der Oerter aus welchen beyde ausgehen, bedeutet und $(b + x)\frac{c}{d}$ den Weg bedeutet den das erste mit seiner Geschwindigkeit $\frac{c}{d}$ in der Zeit $(b + x)$, d. h. in der Zeit macht, welche es unterweges seyn soll ehe es eingeholt wird, so können beyde Falle unter folgende Regel, die ebenfals arithmetisch abgeleitet werden kann, begriffen werden.

Man findet die Geschwindigkeit die das 2te haben muß, um mit dem ersten in einer bestimmten Zeit an einerley Ort seyn zu können, wenn man die algebraische Summe von der Entfernung beyder Oerter und dem Weg den das erste unterweges ist, ehe es eingeholt wird, mit der Zeit in welcher das 2te einholen soll, dividirt.

239ste Aufg. Aus einem gewissen Orte wird ein Courier abgeschickt, der alle 5 Stunden 7 Meilen macht. 8 Stunden nach seiner Abreise wird ihm ein anderer nachgeschickt, und dieser muß, um jenen einzuholen, alle 3 Stunden 5 Meilen machen. Wenn werden sie sich begegnen?

Aufl. Hier ist $a = 0$
$b = 8$
$c = 7$
$d = 5$
$e = 5$
$f = 3$

folgl. $x = \frac{8}{5} \cdot \frac{5}{5} - \frac{7}{7} \cdot \frac{3}{3} = 42$ Stunden.

240ste

240ste Aufg. Es bleibe alles wie in der vorigen Aufgabe, nur daß der erste Courier, außer dem Vortheile der früheren Abreise, auch noch diesen hätte, daß er von einem um 8 Meilen mehr vorwärts gelegenen Orte abreiste: nach wie viel Stunden würden beyde in diesem Falle zusammen treffen?

Aufl. Hier ist $a = 8$

folgl. $x = \frac{3 \cdot 8 \cdot 5}{4} + 42 = 30 + 42 = 72$ Stunden.

241ste Aufg. Auf einer Uhr zeigt die Nadel der Stunden genau 17 Minuten, und die Nadel der Minuten zeigt genau 24 Minuten, das heißt: es ist 3 Uhr, 24 Minuten. Man frägt: bey welcher Zahl von Stunden und Minuten diese Nadel genau übereinstehen werden?

Ehe der Minutenzeiger von seinem jetzigen Orte dahin kommt, wo jetzt der Stundenzeiger steht, muß er 53 Minuten durchlaufen, und in diesem Sinne kann man sagen, sie sind jetzt 53 Minuten von einander entfernt. Ferner ist bekannt, daß indem der Stundenzeiger 5 Minuten durchläuft, der Minutenzeiger 60 durchgelaufen. Man nenne nun die Zahl der Minuten, die die Zeiger durchlaufen müssen, ehe sie gerade über einander stehen, x.

Der Minutenzeiger durchläuft 60 Minuten, indem der Stundenzeiger nur 5 macht: oder jener macht 12 Minuten, indem der letztere nur 1 Minute durchläuft, also werden x Minuten in

$\frac{1}{12}x$ Minuten eingeholt.

Die Entfernung von 53 Minuten werden in 53 Minuten eingeholt.

Die Zeit des Einholens zusammen $= \frac{1}{12}x + 53$.

laut der Aufgabe muß

$\frac{1}{12}x + 53 = x$ seyn ($\frac{1}{12}x$ abgezogen.

bleibt $53 = \frac{11 \cdot x}{12}$ mit $\frac{11}{12}$ dividirt.

giebt $x = 57\frac{9}{11}$ Minuten.

(3 St. + 24 M.) + (57$\frac{9}{11}$ M.) = 4 St. 21$\frac{9}{11}$ M.

Arithm. Aufl. Da der Stundenzeiger 53 Minuten vor dem Minutenzeiger voraus hat, und da ferner, wenn der Stundenzeiger eine Minute, der Minutenzeiger 12 Minuten, also 11 Minuten mehr geht, so braucht man ja nur zu untersuchen, wie oft diese 11 Minuten in 53 Minuten enthalten sind, wo dann der Quotient die Anzahl der Minuten, wo sie genau über einander stehen, angiebt.

242ste Aufg. Einem Boten, der in jeder Stunde eine halbe Meile geht, wird ein anderer Bote nachgeschickt, der in jeder Stunde $\frac{3}{4}$ Meile zurücklegt, da der erste schon 5 Meilen voraus hat. In wie viel Stunden wird der letzte den ersten einholen?

Antwort, in 20 Stunden.

243ste Aufg. Ein Bote, welcher täglich 7 Meilen geht, wird nach 8 Tagen einem andern Boten, der täglich 5 Meilen geht, nachgeschickt. In wie viel Tagen holt der zweyte den ersten ein?

Antwort, in 20 Tagen.

244ste Aufg. Ein Bote, welcher täglich sieben Meilen geht, wird nach 8 Tagen einem andern Boten der täglich 5 Meilen geht, nachgeschickt Wie viel Meilen muß der Nachgeschickte machen ehe er ihn einholt?

Antwort, 140 Meilen.

245ste

245ste Aufg. Zwey Boten, die 360 Meilen von einander sind, gehen zu gleicher Zeit ab, und gegen einander; der eine macht jeden Tag fünf, der andere drey Meilen. In wie viel Tagen werden sie sich begegnen?

Antwort, in 45 Tagen.

246ste Aufg. Wenn 2 Boten 360 Meilen aus einander sind, und der eine täglich fünf, der andere drey Meilen geht, auf welcher Meile begegnen sie sich dann?

Antwort, auf der 225sten Meile.

247ste Aufg. 14250 Thlr. sollen unter 3 Personen so vertheilt werden, daß die Summen, die sie erhalten, sich verhalten wie 3, 5 und 11: daß heißt, der Theil des Ersten soll sich zum Theil des Zweyten verhalten, wie 3:5, uns der Theil des Ersten zum Theil des Dritten, wie 3:11.

Es sey also der Theil des Ersten $= x$.

Den Theil des Zweyten und Dritten finde ich, wenn ich nach der Regeldetri rechne, so

$3 : 5 = x : \frac{5}{3} \cdot x =$ dem Theile des Zweyten,

$3 : 11 = x : \frac{11}{3} \cdot x =$ dem Theile des Dritten.

Alle 3 Theile zusammen müssen der zu vertheilenden Summe gleich seyn.

Folgl. $x + \frac{5}{3} \cdot x + \frac{11}{3} \cdot x = 14250$

oder $x + \frac{16}{3} \cdot x = 14250$ mit 3 multipl.

erh. man $3x + 16x = 3 \cdot 14250$

oder $19x = 3 \cdot 14250$ mit 19 divid.

giebt $x = \frac{3 \cdot 14250}{19}$,

oder

oder $x = 3 \cdot 750 = 2250$
und $\frac{5}{3} x = \frac{5 \cdot 3}{3} \cdot 750 = 5 \cdot 750 = 3750$
und $\frac{11}{3} x = \frac{11 \cdot 3}{3} \cdot 750 = 11 \cdot 750 = 8250$

Summa 14250 Thlr.

248ste Aufg. Ein Vater hinterläßt einige Kinder und ein Vermögen, das unter sie gleich vertheilt werden soll. Der erste bekommt a und $\frac{1}{n}$ des Restes; der zweyte b und $\frac{1}{n}$ des Restes, der dritte c und $\frac{1}{n}$ des Restes, und so sollen die folgenden d, e, f... und $\frac{1}{n}$ des jedesmaligen Restes bekommen. Wie groß war das Vermögen, wie viel Kinder waren vorhanden und wie viel erhielt ein jedes?

Aufl. Das Vermögen sey x. Gehen von demselben a ab, so bleiben $x - a$ dessen ntel $= \frac{x - a}{n}$.

Daher bekömmt das erste Kind

$$a + \frac{x - a}{n} = \frac{na + x - a}{n}$$ so

bleibt das Vermögen

$$x - \frac{na + x - a}{n} = \frac{nx - na - x + a}{n}$$

Davon geht für das zweyte Kind b ab und es bleibt

$$\frac{nx - na - x + a}{n} - b = \frac{nx - na - x + a - nb}{n}$$

dessen ntel ist $= \frac{nx - na - x + a - nb}{n^2}$

Das zweyte Kind bekommt daher

$$b + \frac{nx - na - x + a - nb}{n^2} = \frac{n^2 b + nx - na - x + a - nb}{n^2}$$

daher $\frac{na + x - a}{n} = \frac{n^2 b + nx - na - x + a - nb}{n^2}$

$$n^2 a + nx - na = n^2 b + nx - na - x + a - nb$$

folgl. $x = n^2 (b - a) + a - nb$.

Da

Da jeder der Erben gleich viel bekömmt, und der Theil des erstern $= \frac{na + x - a}{n}$; so kömmt der Theil eines jeden, wenn man für x den Werth setzt.

Der Theil eines jeden ist daher

$$\frac{na + n2(b - a) + a - nb - a}{n} = a + n(b - a) - b$$

$$= n(b - a) - (b - a) = (n - 1).(b - a).$$

Die Anzahl der Erben $= \frac{x}{(n - 1).(b - a)}$

$$= \frac{n2(b - a) + a - nb}{(n - 1).(b - a)} = \frac{n2(b - a) + a - b + b - nb}{(n - 1).(b -)}$$

$$= \frac{n2(b-a) - (b-a) - (n-1)b}{(n-1).(b-a)} = \frac{(n2-1).(b-a) - (n-1)b}{(n-1).(b-a)}$$

$$= n + 1 - \frac{b}{b - a}.$$

Es sey $b = 2a$,

so ist $x = (n^2 + 1 - 2n)a = (n - 1)^2 a$.

Der Theil eines jeden $= (n - 1)a$.

Die Anzahl der Kinder $= n - 1$.

249ste Aufg. Ein Kaufmann vermehrt sein Vermögen jährlich um den dritten Theil, nimmt aber alle Jahr zur Erhaltung seiner Familie 100 Friedrichsd'or davon weg, und wird nach drei Jahren noch einmal so reich, als er Anfangs war. Wie viel hat er Anfangs gehabt?

Aufl. Er hatte anfänglich x Friedrichsd'or, und nach dem ersten Jahre $x - 100 + \frac{x-100}{3} = \frac{4x-400}{3}$, und nach dem 2ten Jahre $(\frac{4x-400}{3} - 100) + \frac{1}{3}(\frac{4x+400}{3} - 100)$ $= \frac{4x-700}{3} + \frac{4x-700}{9} = \frac{16x-2800}{9}$; nach dem 3ten Jahre $(\frac{16x-2800}{9} - 100) + \frac{1}{3}(\frac{16x-2800}{9} - 100)$ $= \frac{16x-3700}{9} + \frac{16x-3700}{27} = \frac{64x-14800}{27}$.

Da

Daher $64x - \frac{1}{27}14800 = 2x$

$64x - 14800 = 54x$

$10x = 14800$

folgl. $x = 1480$ Friedrichsd'or.

250ste Aufg. Eine Zahl zu finden, die zu 5 und 12 addirt, zwey Summen geben, welche sich verhalten wie 3 : 4.

Es sey x diese Zahl, so muß laut der Aufgabe

$(5 + x) : (12 + x) = 3 : 4$ seyn,

also $4 . (5 + x) = 3 . (12 + x)$,

oder $20 + 4x = 36 + 3x$ — 20 subtrah.

bleibt $4x = 16 + x$ — $3x$ subtrah.

folgl. $x = 16$.

Probe. $5 + x = 5 + 16 = 21$,

$12 + x = 12 + 16 = 28$.

Und 21 verhält sich zu 28 wie 3 zu 4.

Wie die Aufgabe verlangt.

251ste Aufg. Eine Zahl zu finden, die von 7 und von 8 subtrahirt Reste läßt, die sich verhalten wie 3 : 4.

Es sey x diese Zahl.

So muß der Aufgabe gemäß sich verhalten:

$7 - x : 8 - x = 3 : 4$,

mithin $3 . (8 - x) = 4 . (7 - x)$

oder $24 - 3x = 28 - 4x$ seyn — 24 subtrah.

bleibt $-3x = 4 - 4x$ — $4x$ addirt.

folgl. $x = 4$.

Probe. $7 - x = 7 - 4 = 3$,

$8 - x = 8 - 4 = 4$.

Und offenbar verhält sich, $3 : 4 = 3 : 4$.

252ste Aufg. Eine Zahl zu finden die zu 1 und 2 addirt, Summen giebt, die sich verhalten wie 3 : 4.

x sey unsre zu findende Zahl:

so soll sich der Aufgabe gemäß verhalten

$$1 + x : 2 + x = 3 : 4$$

$$\text{also } 4(1 + x) = 3(2 + x)$$

$$\text{oder } 4 + 4x = 6 + 3x \quad \text{4 subtrah.}$$

$$\text{bleibt } 4x = 2 + 3x \quad \text{3x subtrah.}$$

$$\text{bleibt } x = 2.$$

Probe. $1 + x = 1 + 2 = 3$,

$2 + x = 2 + 2 = 4$.

Offenbar verhält sich $3 : 4 = 3 : 4$.

253ste Aufg. Eine Zahl zu finden, die von 5 subtrahirt, und zu 7 addirt eine Differenz und Summe giebt, die sich verhalten wie 2 : 3.

Die gesuchte Zahl sey x:

so ist vermöge der Aufgabe

$$5 - x : 7 + x = 2 : 3$$

$$\text{mithin } 3(5 - x = 2(7 + x)$$

$$\text{oder } 15 - 3x = 14 + 2x \quad \text{14 subtrah.}$$

$$\text{bleibt } 1 - 3x = 2x \quad \text{3x addirt}$$

$$\text{giebt } 1 = 5x \quad \text{mit 5 divid.}$$

$$\text{folgl. } \tfrac{1}{5} = x.$$

Probe. $5 - x = 5 - \frac{1}{5} = 4\frac{4}{5} = \frac{24}{5}$,

$7 + x = 7 + \frac{1}{5} = 7\frac{1}{5} = \frac{36}{5}$.

$\frac{24}{5}$ verhält sich zu $\frac{36}{5}$ wie 2 zu 3,
wie die Aufgabe es verlangt.

254ste Aufg. Ein Hund verfolgt einen Haasen. Ehe der Hund zu laufen anfängt, hat der Haase schon

50 Sprünge gemacht, und dies ist ihre anfängliche Entfernung. Wenn nun der Haase in eben der Zeit 6 Sprünge thut, in welcher der Hund 5 Sprünge thut, und 9 Haasensprünge, in Ansehung ihrer Weite, 7 Hundesprüngen gleich gerechnet werden. Wie viel Sprünge wird der Haase noch machen können, ehe der Hund ihn einholet?

Aufl. Es mache der Haase x Sprünge ehe er von dem Hunde eingeholt wird, so ist $(50 + x)$ Haasensprünge der ganze Weg den er machen kann ehe ihm der Hund einholt. Während nun der Haase x Sprünge macht, muß der Hund $\frac{5}{6}x$ Sprünge machen und da 1 Hundesprung $= \frac{9}{7}$ Haasensprünge, so betragen $\frac{5}{6}x$ Hundesprünge so viel als $\frac{9}{7} \cdot \frac{5}{6}x = \frac{15}{14}x$ Haasensprünge. Da nun dieser Weg des Hundes gleich dem ganzen Weg des Haasens seyn muß, so hat man

$$\frac{15}{14}x = 50 + x$$

folgl. $x = 14 \cdot 50 = 700$ Haasensprünge.

255ste Aufg. Ein Vater stirbt und hinterläßt vier Söhne und ein Vermögen von 1100 Thlr. Nach 10 Monaten wurde das Testament erst eröffnet, und in dieser Zeit hatten die Kinder, das Kapital, sammt den bis dahin eingelaufenen Zinsen verzehret. Bey den nemlichen Ausgaben, und den nemlichen Zinsen hatten einmal drey Kinder ein Kapital von 1200 Thlr. in 15 Monaten aufgezehrt. Wie hoch würden die monatlichen Procente von diesen beyden Kapitalien gerechnet? Und wie lange werden bey gleichen Umständen sechs Kinder mit 1650 Thlr. auskommen?

Aufl. Die monatlichen Zinsen von 100 Thlr. mögen x betragen, so verzehrte jedes von den 4 Kindern in 1 Monat $\frac{1100 \text{ Thlr} + 110x \text{ Thlr.}}{4 \cdot 10}$.

Nach

Nach der zweyten Angabe hat ein jedes von den 3 Kindern in 1 Monat aufgezehrt

$$\frac{200 \text{ Thlr} + 15 \cdot 12x}{3 \cdot 15}$$

Mithin muß laut der Aufgabe

$$\frac{80 + 12x}{3} = \frac{110 + 11x}{4} \text{ seyn,}$$

also $320 + 48x = 330 + 33x$

$$15x = 16$$

folgl. $x = \frac{16}{15} = \frac{2}{3}$ Thlr. Procent monatlich.

Es verzehrt also ein Kind in 1 Monat

$$\frac{110 + 11 \cdot \frac{2}{3}}{4} = \frac{352}{12} = \frac{88}{3} = 29\frac{1}{3} \text{ Thlr.}$$

6 Kinder verzehren also in 1 Mon. $6 \cdot \frac{88}{3} = 176$ Thlr.

Das Kapital 1650 Thlr. giebt monatlich 11 Thlr. Zinsen, welche von den 6 Kindern monatlich verzehrt werden. Da nun diese 6 Kinder monatlich 176 Thlr. verzehren, so müssen sie von dem Kapital noch $176 - 11 = 165$ Thlr. monatlich verzehren. Folglich können sie mit dem Kapitale 1650 Thlr. auskommen $\frac{1650}{165} =$ 10 Monat.

256ste Aufg. Drey Arbeiter, wovon der Erste täglich 5 Cubikfuß Erz aus der Grube schaft, der Andere täglich 7, und der Dritte täglich 8 Cubikfuß. Man frägt, in welcher Zeit diese drey Arbeiter, wenn sie zusammen arbeiten, 100 Cubikfuß aus der Grube schaften?

Da uns die Zahl der Tage, die sie um die 100 Cubikfuß herauszuschaffen, unbekannt ist: so wollen wir sie mit x bezeichnen.

Der Erste schaft in einem Tage 5 Cubikfuß heraus, also in x Tagen $5x$ Cubikfuß.

Der

Der Andere in einem Tage 7, also in x Tagen, $7x$ Cubikfuß.

Der Dritte in einem Tage 8, also in x Tagen, $8x$ Cubikfuß.

Nun müssen aber diese 3 Arbeiter 100 Cubikfuß in x Tagen herausgeschaft haben, also muß

$$5x + 7x + 8x = 100 \text{ seyn,}$$

oder $20x = 100$ mit 20 divid.

folgl. $x = 5$ Tage.

257ste Aufg. Man hat einen faulen Arbeiter gedungen, und ihm jeden Tag, den er arbeitete, Essen und Trinken und noch 2 Groschen versprochen; mit der Bedingung, ihm für jeden Tag, an den er nicht arbeitete, nicht allein gar nichts zu geben, sondern noch überdem allemal 6 Pf. oder $\frac{1}{2}$ Groschen einzubehalten. Nach 30 Tagen rechnet man mit ihm zusammen, und findet, daß er gar nichts erhält. Man frägt, wie viel Tage er gearbeitet hat?

Die Anzahl der Tage, die er gearbeitet haben mag, wollen wir x nennen.

Da er nun täglich 2 Gr. erhalten hat: so hat er in x Tagen $2x$ Groschen erhalten.

$30 - x$ sind die Tage, die er gefaulenzt hat, für jeden dieser Tage muß er $\frac{1}{2}$ Groschen als Strafe erlegen, folglich für $(30 - x)$ Tage, $\frac{1}{2}(30 - x)$ Groschen.

Da er nun laut der Aufgabe nach gehaltener Rechnung nichts erhalten hat: so muß

$$2x = \tfrac{1}{2}(30 - x) \text{ seyn,}$$

oder $2x = 15 - \frac{1}{2}x$ ($\frac{1}{2}x$ add.

giebt $\frac{5}{2}x = 15$ mit $\frac{5}{2}$ divid.

folgl. $x = 6$ Tage.

258ste Aufg. Fünf Brüder haben in einer Zeit von 9 Monaten ein Capital von 4800 Thlr. sammt den Zinsen für diese Zeit, durchgebracht. Bey ganz gleichen Ausgaben hatten einmal zwey Personen ein Kapital von 3320 Thlr. sammt den Zinsen, in 16 Monaten durchgebracht. Der Zinsfuß war bey beyden Kapitalien derselbe. Wie viel hatte jeder monatlich verzehrt?

Aufl. Der Zinsfuß sey x, so haben wir folgende Gleichung

$$\frac{4800 + 4800 \cdot \frac{x}{100} \cdot \frac{3}{4}}{5 \cdot 9} = \frac{3320 + 3320 \cdot \frac{x}{100} \cdot \frac{4}{3}}{2 \cdot 16}$$

folgl. $x = 5$ Procent.

Mithin hat ein jeder monatl. verzehrt $110\frac{2}{3}$ Thlr.

259ste Aufg. Ein Bauer hat zwey Tagelöhner, die für gleichen Tagelohn bey ihm arbeiten. Dem einen gab er einmal für 56 Tage, 4 Scheffel Rocken und 14 Thlr. an Gelde; dem andern für 84 Tage, $7\frac{1}{2}$ Scheffel Rocken, und 17 Thlr 6 Gr. an Gelde. Wie hoch wurde der Scheffel Rocken gerechnet?

Aufl. Der Scheffel Rocken sey x Thlr. gerechnet worden, so erhält der erste an Tagelohn $\frac{4x + 14}{56}$ und der 2te erhielt an Tagelohn $\frac{7\frac{1}{2} \cdot x + 17\frac{1}{4}}{84}$.

laut der Aufgabe muß nun

$$\frac{7\frac{1}{2} \cdot x + 17\frac{1}{4}}{84} = \frac{4x + 14}{56} \text{ seyn mit 56 multipl.}$$

$$\frac{30 \cdot \frac{x}{12} + 69}{84} = 2x + 7$$

$$10x + 23 = 8x + 28$$

folgl. $x = 2\frac{1}{2}$ Thlr. für den Scheffel Rocken.

260ste Aufg. Ein Bedienter erhielt von seinem Herrn einmal für 7 Monat, 7 Friedrichsd'or und 16 Thlr. 22 Gr. Münze, und ein anderes mal für 9 Monat, 5 Friedrichsd'or und 44 Thlr. 2 Gr. Münze zum Lohne. Wie hoch würde der Friedrichsd'or gerechnet?

Aufl. Der Friedrichsd'or werde zu x Thlr. gerechnet, so erhielt er das erste mal für einen Monat

$$\frac{7x + 16\frac{11}{12}}{7} \text{ Thlr. Lohn,}$$

und das 2temal $\frac{5x + 44\frac{1}{12}}{9}$ Thlr.

Da er nun monatlich gleichen Lohn erhalten muß, so ist

$$\frac{7x + 16\frac{11}{12}}{7} = \frac{5x + 44\frac{1}{12}}{9}$$

$$84x + 203 = 60x + 529$$
$$12x + 29 = \frac{60x}{9} + 529$$
$$108x + 261 = 60x + 529$$
$$48x = 268$$
$$12x = 67$$

folgl. $x = 5$ Thlr. 14 Gr.

261ste Aufg. Eine Zahl zu finden, deren Hälfte, drittel und zweyfünftel Theil zusammen diese Zahl um 7 übertreffen.

Diese zu findende Zahl sey x, so soll seyn,

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x = x + 7$ alle Brüche auf einerley Benennung gebracht.

giebt $\frac{15}{30}x + \frac{10}{30}x + \frac{12}{30}x = x + 7$ die Brüche add.

folgl. $\frac{37}{30}x = x + 7$ x abgezogen.

bleibt $\frac{7}{30}x = 7$ mit $\frac{7}{30}$ divid.

giebt $x = 30$.

Probe.

Probe. $\frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \cdot 30 = 15$
$\frac{1}{3}x = \frac{1}{3} \cdot 30 = 10$
$\frac{2}{5}x = \frac{2}{5} \cdot 30 = 12$

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x = 37$
x ist nur 30 abgezogen.

Bleibt 7 wie es die Aufgabe verlangt.

262ste Aufg. Aus dem Orte M wird ein Bote fortgeschickt, der täglich 4 Meilen zurücklegt. Ein Tag nachher wird ihm ein anderer Bote aus dem Orte N der 18 Meilen von dem Orte M entfernt ist, nachgeschickt, dieser macht täglich 6 Meilen. Wann wird der zweyte Bote den ersten eingeholt haben?

Antwort. Nach x Meilen wird der Zweyte Bote den ersten eingeholet haben. Wie viel übrigens x beträgt, finden wir so.

Da der zweyte Bote 6 Meilen zurücklegt, indem der erste nur 4 Meilen zurücklegt, so folgt daß, indem der zweyte Bote eine Meile zurücklegt, hat der erste nur $\frac{2}{3}$ Meile gemacht. Also wann der zweyte Bote x Meilen zurücklegt: so macht der erste,

$\frac{2}{3}x$ Meilen,
4 Meilen, weil er einen Tag voraus hat,
18 Meilen die Entfernung der Oerter M und N.
addirt, ——————
$\frac{2}{3}x + 22$ sämmtliche Meilen, so der erste Bote gemacht hat, während der zweyte x Meilen macht,

folglich muß $\frac{2}{3}x + 22 = x$ seyn ($\frac{2}{3}x$ subtrah.
$22 = \frac{1}{3}x$ mit 3 multipl.
mithin $66 = x$ Meilen.

263ste

263ste Aufg. Man will 720 Kanonen auf drey Festungen vertheilen, und zwar auf der größten 80 mehr als in der kleinsten, und 40 mehr in der mittlern als in der kleinsten. Wie viel kommen in jede Festung?

Wenn man mir sagte, wie viel Kanonen in die kleinste Festung gekommen sind: so darf ich hierzu nur 40 addiren, um die Anzahl zu wissen, die in die mittlere Festung gekommen sind. Hätte ich statt 40, 80 addirt: so würde ich die Anzahl erhalten haben, die in die größte Festung hingekommen. Addire ich alsdenn diese 3 Zahlen: so muß ihre Summe gleich 720 seyn.

Wir wollen daher die Anzahl der Kanonen, die in die kleinste Festung hinkommen müssen, gleich x setzen, so kommen in die mittlere Festung $x + 40$, und in die größte Festung $x + 80$, addirt,

giebt $3x + 120$.

Weiter erfordert die Aufgabe, daß

$3x + 120 = 720$ seyn muß, 120 subtrah.

läßt zum Rest $3x = 600$ mit 3 divid.

giebt $x = 200$
also $x + 40 = 240$
und $x + 80 = 280$,

und $200 + 240 + 280 = 720$, wie es seyn soll.

264ste Aufg. Ein Offizier, der den Auftrag hat, eine feindliche Armee zu recognosciren, meldet seinem General, daß diese Armee aus 35000 Mann bestehe; daß sie 4mal mehr Infanterie als Cavallerie hat; daß halb so viel Dragoner als Cavallerie; und daß 3mal so viel leichte Truppen als Dragoner sind. Welches ist die Anzahl jeder dieser Truppen?

Wenn

Wenn man durch x die Anzahl der Cavallerie andeutet; so ist die Anzahl der Infanterie $4x$,
der Dragoner $\frac{1}{2}x$,
der leichten Truppen $\frac{2}{3}x$.

Es ist klar, daß $x + 4x + \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x = 35000$ seyn muß,

oder $7x = 35000$ mit 7 divid.

folgl. $x = 5000$ Cavallerie,
$\frac{1}{2}x = 2500$ Dragoner,
$\frac{2}{3}x = 7500$ leichte Truppen,
$4x = 20000$ Infanterie.

Summa 35000.

265ste Aufg. Vier Soldaten haben zusammen für ihre Cammeraden 1000 Gewehre geputzt; der 2te hat 120 weniger geputzt, als der erste; der 3te 50 weniger als der 2te; und der 4te 180 weniger als der 3te. Wie viel hat jeder Gewehre geputzt?

Der 1ste Soldat hat x Gewehre geputzt,
der 2te = $x - 120$ geputzt,
der 3te = $x - 170$ geputzt,
der 4te = $x - 350$ geputzt, addirt,

erhält man $4x - 640$.

Man hat also folgende Gleichung,

$4x - 640 = 1000$ 640 subtrah.

bleibt $4x = 1640$ mit 4 divid.

folgl. $x = 410$ so viel hat der 1ste geputzt,
$x - 120 = 290$ " " 2te geputzt,
$x - 170 = 240$ " " 3te geputzt,
$x - 350 = 60$ " " 4te geputzt,
addirt,

Summa 1000 Gewehre.

266ste Aufg. Drey Personen haben zusammen 96 Jahr; der zweyte ist 2 Jahr jünger als der Erste, und der Dritte 4 Jahr älter als die ersten Beyden zusammen genommen. Welches ist das Alter eines Jeden?

Das Alter des 1sten sey $= x$
so ist das Alter des 2ten $= x - 2$
" " des 3ten $= 2x + 2$ addirt,

Aller 3 Alter zusammen $= 4x = 96$ mit 4 dividirt,

folgl. $x = 24$ Alter des 1sten,
$x - 2 = 22$ Alter des 2ten,
$2x + 2 = 50$ Alter des 3ten,

Summa 96 Jahr.

Wer des Jüngsten Alter gleich x setzte,
der findet des Ersten Alter $= x + 2$,
" des Dritten Alter $= 2x + 6$.

Summa $4x + 8 = 96$.

Und hieraus $x = 22$ Jahr. Jene Auflösung ist dieser vorzuziehen, da sich in jener $- 2$ und $+ 2$ einander aufheben, und dadurch eine einfachere Gleichung entstehet.

267ste Aufg. Drey Personen A, B, C machen im Handel Gesellschaft. B legt 60 Thlr. mehr an, als als A, B und C bringen 600 Thlr. zusammen, sie haben gewonnen 320 Thlr.; davon gebühren C 136 Thlr. Wie viel hat nun jeder eingelegt?

Aufl. Es sey x die Einlage A, so ist die von B, $x + 60$, und die von C, $600 - (x + 60) = 540 - x$.

Mithin
| x
| $x + 60$
| $540 - x$

Summa $x + 600 =$ der ganzen Einlage.

Nun

Nun schliesse man

$x + 600 : 320 = x :$ Gewinnst von A.

Also der Gewinnst von A $= \frac{320 \cdot x}{x + 600}$

Eben so ist der Gewinnst von B $= \frac{320\ (x + 60)}{x + 600}$

und der Gewinnst von C $= \frac{320\ (540 - x)}{x + 600}$

Mithin muß nach der Angabe

$\frac{320\ (540 - x)}{x + 600} = 136$ seyn.

$\frac{40\ (540 - x)}{x + 600} = 17$

$21600 - 40x = 17x + 10200$

$11400 = 57x$

folglich 200 Thlr. $= x$ die Einlage von A

dessen Gewinnst $= 80$ Thlr.

260 Thlr. die Einlage von B

dessen Gewinnst 104 Thlr.

340 Thlr. die Einlage von C.

268ste Aufg. Eine Person A sagt zu einer andern B: sie soll sich eine Zahl denken; dieselbe verdoppeln; 8 zu diesem Doppelten addiren; und von dieser Summe die Hälfte nehmen. B sagt alsdenn zu A: daß sie nun 10 habe. Was hat A zu thun, um die Zahl zu finden, welche B sich gedacht hat?

Arithm. Hätte die Person A die andere B nichts addiren lassen: so würden sich die zwey Operationen des Verdoppelns der gedachten Zahl, und des Halbirens dieses Doppelten wechselseitig aufgehoben haben; und B hätte nur die anfänglich gedachte Zahl übrig behalten. Da nun B zu dem Doppelten der gedachten Zahl 8 addirt; und die Hälfte der Summe genommen hat: so

hat sie nach dieser Operation die Summe der gedachten Zahl und der Hälfte von 8 oder 4. Diese letzte Summe aber ist 10. Die anfänglich gedachte Zahl ist also um 4 kleiner als 10. Folglich 6.

Gedachte Zahl = = = 6
verdopelt = = 12
das Doppelte um 8 vermehrt 20
Hälfte dieser Summe = 10

Algebr. Ben. Gedachte Zahl = = x
verdoppelt = = $2x$
das Doppelte um 8 vermehrt $2x + 8$
Hälfte dieser Summe = $x + 4$

Bed. $x + 4 = 10$

Red. und Aufl.
$x = 6$ gedachte Zahl
$2x = 12$ gedachte Zahl verdoppelt,
$2x + 8 = 20$ das Doppelte um 8 verm.
$x + 4 = 10$ Hälfte dieser Summe.

Allg. Aufg. Man multiplicirt die gedachte Zahl durch m; addirt a zu diesem Product; nimmt $\frac{1}{m}$ von der Summe und sagt, man habe die Zahl b. Was ist die gedachte Zahl?

Aufl. Ben. Gedachte Zahl = = = x
das mfache = = mx
das mfache um a vermehrt $mx + a$
davon $\frac{1}{m}$ = = $\frac{mx + a}{m}$

Bed. $\frac{mx + a}{m} = b$

Red. und Aufl.
$mx + a = mb$
$mx = mb - a$
$x = \frac{mb - a}{m}$

269ste Aufg. In einem gemeinschaftlichen Depot befinden sich 1800 Schock Faschinen für 3 Baue. Bey dem ersten Bau sollen täglich 34 Schock, bey dem zweyten täglich 40 Schock, und bey dem dritten

ten soll überhaupt $\frac{3}{4}$ aller Faschinen verarbeitet werden. Wie lange wird die Arbeit dauern, und wie viel Faschinen müssen zu jedem Baue genommen werden, damit alle Arbeiten zugleich fertig sind, und auf der ersten Baustelle noch 50 Schock Faschinen übrig bleiben?

Aufl. Wenn x die Zeit bezeichnet, welche zur Beendigung der Arbeit erforderlich ist, so kommen:

$34x + 50$ Schock zu dem ersten Baue
$46x$ " " " zweyten "
450 " " " dritten " und ist daher

$80x + 500 = 1800$ also:

$x = \frac{1300}{80} = 16\frac{1}{4}$ Tage.

Folglich werden erfordert:

zum ersten Baue $602\frac{1}{2}$
" 2ten " $747\frac{1}{2}$
" 3ten " 450

also überhaupt 1800 Schock Faschinen.

270ste Aufg. Ein Baumeister wurde um die Zahl seiner Leute gefragt und antwortete: die Hälfte sind Maurer, $\frac{1}{6}$ Zimmerleute und $\frac{1}{7}$ Steinmetzen. Drey Handlanger laden Steine ab, 5 fahren Schutt und $\frac{3}{4}$ aller Handlanger tragen Mörtel und Steine zu. Wie viel sind Arbeitsleute gewesen?

Aufl. Wer x die Anzahl sämmtlicher Arbeitsleute und y die Anzahl der Handlanger bezeichnet, so hat man:

$3 + 5 + \frac{3}{4}y = y$
oder $y = 32$ für die Zahl der Handlanger.

Nun ist ferner $\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{7}x + 32 = x$
oder $\frac{17}{21}x + 32 = x$
daher $32 = \frac{4x}{21}$
$8 = \frac{x}{21}$
folgl. $168 = x$

Es sind also bey diesem Baue gewesen:

84 Maurer
28 Zimmerleute,
24 Steinmetzen,
32 Handlanger,

168 Arbeitsleute.

271ste Aufg. Bey einem Baue sind zweyerley Faschinen verarbeitet worden. Man weiß, daß 20 Schock von der ersten und 8 Schock von der zweyten Sorte 20 Thlr. 8 Gr., und daß 5 Schock von der ersten und 26 Schock von der zweyten Sorte 26 Thlr. 2 Gr. gekostet haben. Wie groß ist der Preis von jeder Sorte?

Aufl. Wenn jedes Schock von der ersten Sorte x Thlr., und von der 2ten y Thlr. kostete, so hat man:

$$20x + 8y = 20\frac{1}{3} = \frac{61}{3}$$
und $$5x + 26y = 26\frac{1}{12} = \frac{313}{12}$$ Diese Gleichung mit 4 multiplicirt.

$$20x + 104y = \frac{313}{3}$$ hiervon die erste abgezogen

giebt $$96y = \frac{252}{3}$$

folgl $$y = \frac{252}{96.3} = \frac{7}{8}$$

Die erste Gleichung giebt ferner:

$$x = \frac{20\frac{1}{3} - 8y}{20}$$

Hiervon den für y gefundenen Werth gesetzt

$$\text{giebt } x = \frac{20\frac{1}{3} - 8 \cdot \frac{7}{8}}{20} = \frac{61 - 21}{60} = \frac{2}{3}$$

Daher hat das Schock Faschinen von der ersten Sorte 16 Gr. und von der 2ten 21 Gr. gekostet.

272ste Aufg. Bey drey verschiedenen Baustellen sind Mauersteine abgeladen worden: an der ersten und zweyten 7000, an der zweyten und dritten 5000 Stück, und man weiß, daß auf der dritten sich halb so viel als auf der ersten, und noch

960 Stück mehr befinden. Wie viel Steine sind auf jeder Baustelle ausgeladen worden?

Aufl. Die Anzahl der Steine auf der ersten Baustelle sey x, auf der zweyten y, und auf der dritten z, so ist nach den Bedingungen der Aufgabe:

I. $x + y = 7000$
II. $y + z = 5000$
III. $z = \frac{1}{2}x + 960$

Man ziehe II von I ab, so wird $x - z = 2000$
und wenn man hierzu III addirt, $x = \frac{1}{2}x + 2960$
Oder: $\frac{1}{2}x = 2960$
folgl. $x = 5920$ Anzahl der Steine auf der ersten Baustelle.

$y = 1080$ " " " " 2ten
$z = 3920$ " " " " 3ten

Dieß giebt $x + y = 7000$
$y + z = 5000$
$z = 3920$, wie erfordert wird.

Anmerk. Ich habe in dieser und der vorhergehenden Aufgabe mehr als eine unbekannte Größe eingeführt — dies geschahe blos, um die Auflösung zu erleichtern, denn sonst könnte man auch mit einer unbekannten Größe fertig werden. Die vorhergehenden 4 Aufgaben giebt der Herr Geheime Oberbaurath Eytelwein. Aufgaben zur Uebung der Analysis. Berlin 1793. Seite 13. 15. 17. u. 19.

273ste Aufg. Ein Holzhändler kauft Holz, welches er nachher 1500 Thlr. theurer verkauft, als er es gekauft hat. Bey diesem Verkauf findet sich, daß man an dem Verkaufpreis 10 Procent gewonnen hat. Wie theuer hat er das Holz eingekauft?

Er habe x Thlr. gegeben: so hat er gelöst bey dem Verkauf $x + 1500$ Thlr.

10 Procent hiervon wäre $= \frac{x + 1500}{10}$, so viel wäre also der Gewinnst. Nun wissen wir aber auch, daß der Gewinnst 1500 Thlr. beträgt, mithin muß

$\frac{x + 1500}{10}$ Thlr. $=$ 1500 Thlr. seyn,

mit 10 multipl.

giebt $x + 1500$ Thlr. $=$ 15000 Thlr.

1500 subtr.

folgl. $x =$ 13500 Thlr.

Probe. 10 Procent von $(x + 1500) =$ 15000 macht 1500 Thlr. der Aufgabe gemäß.

274ste Aufg. Man hat eine Mischung von Salpeter und Schwefel, welche auf 8 ℔. Salpeter, 1 ℔. Schwefel enthält. Man fragt, wie viel man dieser Mischung Salpeter beyfügen muß, damit auf 9 ℔. von dieser Mischung nicht mehr als $\frac{1}{4}$ ℔. Schwefel kömmt

Da auf 8 ℔. Salpeter, 1 ℔. Schwefel kommt, das heißt, in einer Mischung von 9 ℔. sind 8 ℔. Salpeter und 1 ℔. Schwefel. Kömmt nun zu der Mischung von 9 ℔. noch x ℔. Salpeter: so hat man eine Mischung von $9 + x$ ℔., worunter nur 1 ℔. Schwefel befindlich ist.

In $9 + x$ ℔. Mischung ist 1 ℔. Schwefel befindlich, wie viel in 9 ℔. Mischung? Antwort $\frac{9}{9+x}$ ℔. Schwefel

Die Aufgabe will, daß unter 9 ℔. Mischung nur $\frac{1}{4}$ ℔. Schwefel seyn soll. Mithin muß

$\frac{9}{9+x}$ ℔ Schwef. $= \frac{1}{4}$ ℔. Schwef. seyn,

mit 4 multipl.

giebt $\frac{36}{9+x}$ ℔. $=$ 1 ℔.

mit $9 + x$ multipl.

giebt $36 = 9 + x$

9 subtr.

folgl. $27 = x$, also muß man 27 ℔. Salpeter zu der Mischung hinzuthun.

Arithm. Aufl. In dieser neuen Mischung sollen, der Aufgabe gemäß, auf jedes $\frac{1}{4}$ ℔. Schwefel, 9 ℔. der alten Mischung enthalten seyn, d. h. auf 1 ℔. Schwefel

fel 36 ℔. Mischung, es müssen also 27 ℔. Salpeter zu der vorhandenen Mischung zugelegt werden.

275ste Aufg. Salpeter und Schwefel sind zu einer Masse von 80 ℔. vermischt, und zwar in solchem Verhältnisse, daß auf 7 Theile Salpeter 3 Theile Schwefel kommen. Wie viel Salpeter muß der Masse noch zugelegt werden, wenn das Verhältniß dieser beyden Stoffe von der Art seyn sollen, daß auf 11 Theile Salpeter 4 Theile Schwefel kommen?

Aufl. Wenn zu der Mischung von 80 ℔. noch x ℔. Salpeter hinzukommen, so sind überhaupt $(80 + x)$ ℔. Mischung. Da nun in diese 80 ℔. enthalten ist an Schwefel $\frac{3}{10} \cdot 80 = 24$ ℔, und an Salpeter $\frac{7}{10} \cdot 80 = 56$ ℔.

In der Mischung von $(80 + x)$ ℔. sind daher an Schwefel 24 ℔., an Salpeter $(56 + x)$ ℔. Nun soll seyn:

$$4 : 11 = 24 : 56 + x$$

Mithin $56 + x = 66$

folgl. $x = 10$ ℔. Salpeter.

Oder: Wie viel Schwefel muß hingegen der in der vorigen Aufgabe erwähnten Masse entzogen werden, wenn das verlangte Verhältniß 11 : 4 statt finden soll?

Aufl. Nimmt man x ℔ Schwefel von 80 ℔ Mischung weg, so bleiben $(80 - x)$ Mischung. In dieser Masse sind enthalten 56 ℔. Salpeter und $(24 - x)$ Schwefel. Laut der Aufgabe soll aber seyn:

$$11 : 4 = 56 : (24 - x);$$

also $24 - x = \frac{4 \cdot 56}{11} = 20\frac{4}{11}$

folgl. $x = 24 - 20\frac{4}{11} = 3\frac{7}{11}$ ℔. Schwefel.

Aufg. Wenn nun aber eben so viel Salpeter zugesetzt werden soll, als dem Schwefel entzogen wird, damit das Gewicht der ganzen Masse unverändert bleibe: wie viel Salpeter muß der Masse zugesetzt und ihr dafür an Schwefel entzogen werden?

Aufl.

Aufl. Wenn man x ℔. Salpeter zu der Mischung zusetzt, und x ℔. Schwefel dafür weniger, so bleibt zwar die ganze Masse der Mischung 80 ℔., allein darinn sind enthalten an Salpeter $56 + x$ } Pfund.
= . Schwefel $24 - x$ }

Nun soll der Bedingung gemäß seyn:,

$$11 : 4 = 56 + x : 24 - x$$
$$15 : 4 = 80 : 24 - x$$
$$24 - x = 4 \cdot \tfrac{16}{3} = 21\tfrac{1}{3}$$
$$\text{folgl. } x = 24 - 21\tfrac{1}{3} = 2\tfrac{2}{3} \text{ ℔.}$$

276ste Aufg. Eine Zahl besteht aus zwey Ziffern; deren Summe, ohne Rücksicht auf ihre Localwerthe 9 ausmacht. Addirt man zu dieser Zahl 27; so bekommt man eine Zahl, welche aus den nemlichen, aber in umgekehrter Ordnung gesetzten Ziffern besteht. Welches sind die Ziffern dieser Zahl?

Arithm. Weil die Summe der Ziffern der gesuchten Zahl 9 ist; so ist diese Zahl eine von den folgenden:

{18, 27, 36, 45}
{81, 72, 63, 54}

deren je zwey und zwey untereinander gesetzt aus einerley Ziffern bestehen. Ihre respectiven Unterschiede sind: 63, 45, 27 9; von denen der dritte 27 der gegebenen Differenz gleich ist. Die gesuchten Zahlen sind also 36 und 63.

Algebr. Ben. Einheiten der niedrigsten Ziffer der ersten Zahl = x
= Zehner = 9 — x
Werth der Zehner = 90 — 10x
Erste Zahl = 90 — 9x
Einheiten der niedrigsten Ziffer der zweyten Zahl = 9 — x
= Zehner = x
Werth der Zehner = 10x
Zweyte Zahl = 9 + 9x

Bed. $9 + 9x = 90 - 9x + 27$
Red. $9 + 9x = 117 - 9x$
$9x = 108 - 9x$
$18x = 108$
$x = 6$

Aufl. $x = 6$, Einheiten der Einer der ersten Zahl, und Zehner der zweyten.
$9 - x = 3$, Ziffer der Zehner der ersten Zahl, und Einer der zweyten.
$90 - 9x = 36$, Erste Zahl.
$9x + 9 = 63$, Zweyte Zahl.

Probe. $63 = 36 + 27$.

Anmerk. Wenn die Summe der Ziffern einer aus zwey Ziffern bestehenden Zahlen 9 ist; so ist die Summe dieser Zahl und der aus den nemlichen in umgekehrter Ordnung gesetzten Ziffern bestehenden Zahl 99. Folglich, wenn, statt der Differenz der zwey Zahlen, ihre Summe als zweyte Bedingung gegeben würde; so wäre die Aufgabe unbestimmt.

Allgemein. Es seyen x u. y die Ziffern der Einheiten und der Zehner der aus zwey Ziffern bestehenden Zahl: so ist diese Zahl $10y + x$; und die aus den nemlichen, in umgekehrter Ordnung gesetzten Ziffern, bestehenden Zahl ist $10x + y$. Demnach ist die Summe dieser zwey Zahlen $11x + 11 . y = 11 . (x + y)$: d. h.: die Summe von zwey aus einerley Ziffern bestehenden Zahlen, deren eine die umgekehrte der andern ist, ist das 11fache der Summe ihrer Ziffern; und folglich bestimmt eine dieser Summe die andere.

Der Unterschied eben dieser zwey Zahlen, wenn die zweyte größer als die erste angenommen wird, ist $9x - 9y = 9 (x - y)$: d. h.: der Unterschied von zwey aus einerley zwey Ziffern bestehenden Zahlen, deren eine die umgekehrte der andern ist, ist das 9fache des Unterschiedes ihrer Ziffern; folglich bestimmen

stimmen auch diese zwey Unterschiede einander wechselseitig.

So wie die gegebene Summe der zwey Ziffern gerade oder ungerade ist; so ist auch der Unterschied der zwey Zahlen gerade oder ungerade. Da der gegebene Unterschied der zwey Zahlen ein Vielfaches von 9 seyn muß; so wird, wenn man ihn durch 9 dividirt, die Aufg. auf die reducirt: zwey Größen zu finden, nemlich die zwey Ziffern der gesuchten Zahl, deren Summe und Differenz man kennt.

827ste Aufg. Es wird eine zweyziffrige Zahl des decadischen Systems verlangt, die der vierfachen Summe ihrer Ziffern gleicht, und wenn man 18 zu der zweyziffrigen Zahl addirt, so soll sie einer Zahl gleich seyn, die heraus kommt, wenn man die Ziffern in der Gesuchten die Stellen verwechseln läßt.

Arithm. Aufl. Aus dem zweyten Theil der Aufgabe ergiebt sich sogleich, daß die Zahl mehr Einer als Zehner enthalte, da nun die Zahl, durch die Verwechselung ihrer Ziffern, für jedem Einer, den sie mehr enthält, als Zehner, einen Einer verliert und einen Zehner gewinnt, so gewinnt sie so viel mal 9, als Einer mehr sind als Zehner, ihrer wird durch die Verwechselung 18 gewonnen, folglich enthält die gesuchte Zahl zwey Einer mehr als Zehner, und bestehet also aus 11mal der kleinern Ziffer nebst 2, welches nun, nach dem ersten Theil der Aufg., gleich ist 4mal der Summe, d. h. 8mal der kleinern Ziffern nebst 8. Folglich ist dreymal die kleinere Ziffer nebst 2 gleich 8, und also die kleinere Ziffer, oder die Zehner der Zahl gleich 2, und der Einer gleich 4, d. h. die gesuchte Zahl ist 24.

Algebr. Aufl. Ob man gleich nur eine unbekannte Größe einzuführen brauchte, so ist es bey dieser Aufg. doch der mehrern Deutlichkeit wegen zu rathen, zwey unbe-

unbekannte Größen einzuführen. Es sey demnach die Ziffer der Zehner x, und die der Einer y;

so ist die gesuchte Zahl $10x + y$
die Ziffern verwechselt
geben die Zahl $10y + x$

} die obere von der untern abgezogen, muß laut der Aufgabe 18 geben.

daher $9y - 9x = 18$ mit 9 diviv.
$y - x = 2$ woraus

schon hervorgeht, daß die Ziffer der Einer die der Zehner um 2 Einheiten übertrifft.

Demnach $y = x + 2$

Nun muß aber nach dem ersten Theile der Aufg.

$10x + y = 4(x + y)$ seyn;
d. h. $10x + x + 2 = 4(x + x + 2)$ seyn,
$11x + 2 = 8x + 8$
$3x = 6$
folgl. $x = 2$
und daher $y = x + 2 = 4$ seyn.

folglich die gesuchte Zahl 24.

Probe. $24 = 4(2 + 4)$
$24 + 18 = 42$.

278ste Aufg. Auf einer Grube werden zwey Gegenörter gegeneinander getrieben, die jetzt noch $33\frac{3}{16}$ Lachter von einander entfernt sind. Vor dem einen wird wöchentlich $\frac{3}{8}$ Lachter herausgeschlagen, vor dem andern aber $\frac{3}{16}$ Lachter. Man will wissen, wenn sich die Festigkeit des Gesteins nicht ändert, in welcher Zeit der Durchschlag dieser Oerter erfolgt.

Die Zeit des Durchschlages beyder Gegenörter sey x Wochen.

Da nun vor dem einen Orte wöchentlich $\frac{3}{8}$ Lachter herausgeschlagen werden: so werden in x Wochen gewiß $\frac{3}{8} \cdot x$ Lachter herausgeschlagen.

Vor

Vor dem andern Orte werden wöchentlich $\frac{3}{16}$ Lachter herausgeschlagen, mithin in x Wochen $\frac{3}{16}x$ Lachter.

In x Wochen sollen aber $33\frac{3}{16}$ Lachter herausgeschlagen seyn,

daher muß $\frac{3}{8}x + \frac{3}{16}x = 33\frac{3}{16}$ seyn, mit 16 mult.

giebt $6x + 3x = 531$

oder $9x = 531$ mit 9 dividirt.

folgl. $x = 59$ Wochen.

279ste Aufg. Es werden zwey Oerter gegen einander getrieben, deren jetzige Entfernung von einander bekannt ist. Auch weiß man, wie viel wöchentlich vor jedem Orte herausgeschlagen wird.

Man soll die Zeit finden, in der beyde Gegenörter mit einander durchschlägig werden; vorausgesetzt, daß sich die Festigkeit des Gesteins nicht ändert.

Um eine allgemeine Formel für diese Aufgabe zu geben, bedienen wir uns der Buchstaben als allgemeiner Zeichen der gegebenen Zahlen und der zu suchenden.

Es sey daher.

Die Entfernung beyder Gegenörter = d Lachter,
Was vor dem einen wöchentlich herausgeschlagen wird = a Lachter,
Was vor dem andern in einer Woche herausgeschlagen wird = b Lachter,
Die verlangte Zeit des Durchschlages = x Wochen.

Um nun x algebraisch zu finden, wird gewöhnlich so geschlossen.

In x Wochen, werden vor dem ersten Orte ax und vor dem zweyten bx Lachter herausgeschlagen, also an beyde Oerter in x Wochen $(ax + bx)$ Lachter.

Dem-

Demnach hat man folgende Gleichung,

$$ax + bx = d$$

oder $(a + b)\,x = d$ mit a + b dividirt,

folgl. $x = \frac{d}{a + b}$ Lachter.

Diese gefundene Formel in Worten ausgedrückt, oder die aus ihr abzuleitende wörtliche Vorschriften sind folgende:

Was vor jedem Orte wöchentlich herausgeschlagen wird, addire man zusammen, und dividire mit dieser Summme in beyder Gegenörter Entfernung.

Der Quotient giebt das Verlangte.

Andere Auflösung.

An einem Orte, werden wöchentlich a, an dem andern b Lachter herausgeschlagen, also werden wöchentlich an beyden Oertern zusammen herausgeschlagen (a + b) Lachter,

mithin in x Wochen, $(a + b)\,x = d$ mit a + b divid.

folgl. $x = \frac{d}{a + b}$, wie vorhin.

In der vorhergehenden Aufgabe ist $a = \frac{3}{8}$, $b = \frac{3}{16}$, und $d = 33\frac{6}{16}$ Lachter.

280ste Aufg. Vor dem Stollorte zurück, steht m Lachter die Stollfirste an.

Es soll dieselbe dem Orte nachgerissen und daher belegt werden, so daß nach befundener Festigkeit des Gesteins wöchentlich p Lachter herausgeschlagen, da hingegen vor Ort in eben der Zeit q Lachter aufgefahren wird.

Man verlangt bey Voraussetzung einerley Gesteinsfestigkeit zu wissen, in wie viel Wochen die Firste dem Stollorte nachgerissen ist?

Dieses geschähe in x Wochen. Da nun wöchentlich p Lachter herausgeschlagen werden; so beträgt dieses in

x Wochen eine Länge von px Lachter. Vor dem Orte werden in eben der Zeit qx Lachter aufgefahren.

Um die Bedingung der Aufgabe zu erfüllen, muß

$px = m + qx$ seyn, qx subtrah.

bleibt $px - qx = m$

oder $(p - q)x = m$ mit p — q divid.

folgl. $x = \frac{m}{p - q}$

Diese Formel in Worten ausgedrückt, heißt:

Was wöchentlich vor Orte aufgefahren wird, ziehe man ab von dem, was wöchentlich mit der Firste herausgeschlagen werden soll, und dividire mit dieser Differenz in die gegebene Entfernung des Stollorts vor der Firste, der Quotient ist die verlangte Anzahl Wochen.

Anmerk. Kommt dieser Quotient negativ, welches geschiehet, wenn q größer, als p, oder wenn vor Ort Woche mehr in einer herausgeschlagen wird, als bey der Firste: so holt diese das Ort nicht ein: dies geschieht auch wenn $p = q$.

Beyspiel.

Die 50 Lachter vor einem Stollorte zurückstehende Stollfirste soll dem Orte nachgerissen, und daher mit 3 Mann zu 8 Stunden belegt werden.

Diesen 3 Arbeitern nun wird nach befundener Gesteinsfestigkeit $2\frac{1}{2}$ Lachter wöchentlich herauszuschlagen aufgegeben, da vor Ort in eben der Zeit $\frac{1}{2}$ Lachter aufgefahren wird.

In wie viel Wochen wird die Firste dem Orte nachgerissen seyn?

Antwort. $x = \frac{50}{2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = 25$ Wochen.

281ste Aufg. Vor dem Stollorte zurück steht m Lachter die Stollfirste an.

In einer verlangten Zeit = t soll die Firste dem Orte nachgerissen seyn, wenn vor Ort wöchentlich q Lachter herausgeschlagen wird.

Wie viel muß wöchentlich mit der Firste ausgefahren werden?

Was man sucht, sey = y Lachter.

In t Wochen wird also eine Länge von ty Lachter ausgefahren, und vor Orte in eben dieser Zeit qt.

Mithin ist laut der Aufgabe,

$$\frac{ty = m + qt}{\text{mit t divid.}}$$

folgl. $y = \frac{m + qt}{t}$.

Das heißt in Worten:

Man multiplicire die gegebene Anzahl Wochen, in das, was wöchentlich vor Ort herausgeschlagen wird.

Addire dieses Product zu der Entfernung der Firste vom Orte;

Und dividire, was so heraus kommt, durch die gegebene Zeit.

Beyspiel.

In 25 Wochen soll die 50 Lachter vor Ort zurückstehende Firste nachgerissen seyn, wenn vor Ort wöchentlich $\frac{1}{2}$ Lachter herausgeschlagen wird.

Wie viel muß wöchentlich mit der Firste aufgefahren werden?

Hier ist $m = 50$

$q = \frac{1}{2}$

$t = 25$

Also $y = \frac{50 + \frac{1}{2} \cdot 25}{25} = 2\frac{1}{2}$.

Also wöchentlich $2\frac{1}{2}$ Lachter, wie es auch nach dem vorigen Beyspiele seyn muß.

Anmerk. Die beyden, Seite 288 und 289 gefundene Formeln sind auch brauchbar, wenn statt Firste, Strosse vorkommt.

Auch da, wo zwey Oerter übereinander getrieben werden, und das eine um die Entfernung m schon voraus ist.

282ste Aufg. Es ist die Entfernung d zweyer Gegenoerter gegeben;

Auch die Zeit, in der beyde durchschlägig zu machen sind;

Ingleichen was wöchentlich vor einem Orte herausgeschlagen wird = a.

Man soll finden, wie viel in einer Woche vor dem andern Orte herausgeschlagen werden muß, damit beyde Oerter in der gegebenen Zeit durchschlägig werden, wenn sich die Festigkeit des Gesteins nicht ändert.

Was man sucht, sey = y.

In t Wochen wird vor dem einen Ort herausgeschlagen at; vor dem andern in eben der Zeit yt. Beyde zusammen müssen gleich der Entfernung d seyn.

Also at + yt = p at subtr.

bleibt yt = d — at mit t divid.

folgl. $y = \frac{d - at}{t}$.

In Worten:

Man multiplicire die gegebene Zeit des Durchschlages in das, was wöchentlich vor dem einem Orte herausgeschlagen wird;

Ziehe dieses Product ab von der Entfernung beyder Gegenörter;

Und dividire diese Differenz durch die gegebene Zeit:

Der Quotient giebt an, was wöchentlich vor dem andern Orte aufgefahren werden muß.

Bey-

Beyspiel.

Vor dem einen Gegenorte wird die Woche $\frac{3}{8}$ lachter aufgefahren;

Beyde $33\frac{3}{16}$ lachter von einander entfernte Gegenörter sollen in 59 Wochen durchschlägig gemacht werden;

Wie viel muß in dieser Rücksicht vor dem andern Ort wöchentlich herausgeschlagen werden?

Antwort. $y = \frac{33\frac{3}{16} - 59 \cdot \frac{3}{8}}{59} = \frac{3}{16}$ lachter.

283ste Aufg. Auf einer Grube hat man zwey Haufen Erz, wovon der erste a Centner wichtig ist, und der Centner m loth Silber hält, hingegen vom andern Haufen kommt der Centner mit n loth Silber, im Gehalte so daß $m > n$;

Nun will man den ersten Haufen mit Erz von dem zweyten vermischen, dergestalt, daß der Centner q loth Silber hält, und q kleiner als m, aber größer als n ist:

Wie viel muß man in dieser Absicht von dem zweyten Haufen nehmen?

Auflösung.

Gesetzt, man müßte davon x Centner nehmen: so halten diese, ax loth Silber; aber a Centner halten ma loth.

Da nun a Centner mit x Centner vermengt werden: so bekommt man den verlangten dritten Haufen von (a + x) Centnern, und weil hier jeder Centner q loth Silber im Gehalte stehen soll; so stecken in diesem dritten Haufen (a + x) q loth Silber.

Aber den Bedingungen der Aufgabe gemäß,
muß seyn $(a + x)\, q = nx + ma$
oder $aq + qx = nx + ma$ aq subtrah.

bleibt $qx = nx + ma - aq$ nx subtrah.

bleibt $qx - nx = ma - aq$
oder $(q - n)\, x = (m - q)\, a$ mit q — n divid.

folgl. $x = \frac{(m - q)\, a}{q - n}$.

Hieraus hat man die Regel:

Den mittlern Gehalt ziehe man von dem größern ab; Multiplicire diese Differenz in die gegebene Centnerzahl des ersten Erzhaufens, und dividire dieses Product durch die Differenz, die man erhält, wenn man den geringern Gehalt von dem mittlern abzieht.

Es sey $a = 10$: $m = 80$; $q = 16$; $n = 4$;
so ist $x = \frac{(80 - 16) \cdot 10}{16 - 4} = 53\frac{1}{3}$ Centner.

284ste Aufg. Von zwey Haufen Erz, A, B, hält der Centner des einen A, m loth Silber, der Centner des andern B aber, n loth;

Aus diesen beyden Haufen will man einen dritten von a Centnern machen, so daß der Centner mit b loth Silber im Gehalte kommt:

Wie viel muß man von jedem nehmen?

Aufl. Nimmt man x Centner von dem Haufen A: so muß man $(a - x)$ Centner von dem Haufen B nehmen.

Es hält aber x Centner, mx loth Silber, und $(a - x)$ Centner, $(a - x)\, n$ loth, so wie a Centner des dritten Haufens ab loth Silber.

Nach

Nach der Bedingung der Aufgabe muß,

$$(a - x)\,n + mx = ab \text{ seyn;}$$

oder $an - nx + mx = ab$:

daher $mx - nx = ab - an$

oder $(m - n)\,x = a\,(b - n)$

folgl. $x = \frac{a\,(b - n)}{m - n}$.

Und so viel, als diese Formel giebt, muß man von dem Haufen A nehmen;

Von dem andern Haufen B wird also genommen,

$$a - x = a - \frac{a\,(b - n)}{m - n} = \frac{(m - b)\,a}{m - n};$$

Beyspiel.

Für $m = 80$ Loth,
$n = 4$ Loth,
$b = 16$ Loth,
$a = 10$ Centner.

ist $x = \frac{(16 - 4)\,10}{80 - 4} = 1\frac{11}{19}$,

also $a - x = 10 - 1\frac{11}{19} = 8\frac{8}{19}$ Centn.

welches auch durch die Formel,

$a - x \frac{(m - b)\,a}{m - n}$ gefunden wird;

da nemlich in dem hier gegebenen Falle

$$\frac{(m - b)\,a}{m - n} = \frac{(80 - 16)\,10}{80 - 4} = 8\frac{8}{19} \text{ Cent.}$$

wie oben.

285ste Aufg. Wennn man a Centner Erz, wovon der Centner m Loth Silber hält, mit b Centner, wovon der Centner mit n Loth im Gehalte kommt, vermengt:

Wie viel Loth Silber hält der Centner von dem gemischten $(a + b)$ Centner?

Aufl. Man setze, er halte x loth: so ist aus der Natur der Sache klar, daß

$$am + bn = (a + b)\,x$$

$$\text{folgl. } x = \frac{am + bn}{a + b}$$

In Worten:

Man multiplicire jede Centnerzahl in den ihrem Haufen zukommenden Gehalt,

Addire beyde Produkte,

Was heraus kommt, dividire man durch die Summe der beyden Anzahl von Centnern.

Der Quotient giebt das Verlangte.

Beyspiel.

Wenn 10 Centner 80 löthig Erz mit 5 Centnern 10 löthiges vermengt wird:

Wie viel loth Silber hält der Centner von den 15 Centnern?

Hier ist $a = 10$,
$m = 80$,
$b = 5$,
$n = 10$.

Daher $x = \frac{10 \cdot 80 + 5 \cdot 10}{10 + 5} = 56\frac{2}{3}$ loth.

Wenn in obiger Formel $m = n$: so findet sich

$$x = n.$$

Das heißt, wenn zwey Haufen Erz einerley Gestalt haben: so hat ihre Summe denselben Gehalt.

Ist $a = b$: so findet sich $x = \frac{m + n}{2}$;

Das heißt, wenn zwey gleiche Erzhaufen von verschiedenem Gehalt, zusammen gemengt werden: so ist der Gehalt ihrer Summe gleich der halben Summe beyder Gehalte.

286ste Aufg. Wenn Geld postfrei einzusenden ist, und die Post nur bis an einen gewissen Ort die Bezahlung

zahlung annimmt: wie viel ist der Hauptsumme beizulegen, damit der Empfänger das Seinige post-frei erhalte?

Aufl. Es sey m die Größe, welche anzeigt, wie oft das Postgeld von 100 Thlr. in 100 Thlr. enthalten ist. Das, wegen des zu ersetzenden Porto zuzulegende, sey x, die Hauptsumme sey: a, so muß übersandt werden, $a + x$, davon muß der Empfänger der Post geben $\frac{a+x}{m}$

daher muß $x = \frac{a+x}{m}$ mit m multipl.

mithin ist $mx = a + x$ x subtr.

bleibt $mx - x = a$

oder $(m-1)x = a$ mit $(m-1)$ divid.

folgl. $x = \frac{a}{m-1}$.

Z. E. Wenn das Postgeld 2 proc. beträgt, so ist $m = 50$. Wären 10000 Thlr. einzusenden, so müßte

$x = \frac{10000}{49} = 204\frac{4}{49}$ Thlr.

etwa 204 Thlr. 2 Gr. zugelegt werden.

287ste Aufg. In Wien mußte ehedem jeder Hauseigenthümer den siebenten Theil seines Miethzinses als Zinssteuer kontribuiren; jetzt muß er den sechsten Theil geben. Um wie viel muß er nun seine Miethsleute steigern, wenn er eben so viel als vorher übrig behalten will.

Aufl. Wir wollen den ehemaligen Miethzins mit y bezeichnen, und die nöthige Vermehrung mit x, so daß also der gegenwärtige Miethzins $(y + x)$ beträgt. Vorher hatte der Vermiether $\frac{6}{7}y$ übrig, jetzt hat er $\frac{5}{6}(y+x)$ übrig.

Nun

Nun soll seyn: $\frac{6}{7}y = \frac{5}{6}(y + x)$

folgl. $x = \frac{6}{5} \cdot (\frac{6}{7} - \frac{5}{6})y = \frac{y}{35}$

d. h. die Miether müssen um den 35sten Theil des vorigen Miethzinses gesteigert werden.

288ste Aufg. Was mag das für eine Zahl seyn, die zu 8 addirt, eben so viel giebt, als von 10 subtrahirt?

Aufl. Man bezeichne diese unbekannte Zahl mit x: so erhält man laut der Aufgabe folgende Gleichung,

$x + 8 = 10 - x$ — x addirt,

giebt $2x + 8 = 10$ 8 subtr.

bleibt $2x = 2$ mit 2 dividirt.

folgl. $x = 1$.

Allgemein lautet die Aufgabe so:

Eine Zahl x zu a addirt, giebt eben so viel, als wenn sie von b subtrahirt wird. Wie finde ich x?

Es ist wieder wie vorhin,

$$x + a = b - x$$

und daher finde ich auf die nemliche Art,

$$x = \frac{b - a}{2}.$$

Das heißt: Eine solche Zahl x ist allemal gleich der halben Differenz der beiden gegebenen Zahlen.

Vorhin war $a = 8$, $b = 10$,

daher $x = \frac{10 - 8}{2} = 1$.

Wenn a größer denn b gegeben würde: so fände sich x negativ. Ob nun die Aufgabe in diesem Fall möglich ist oder nicht, das entscheiden die besondern Umstände.

289ste Aufg. Von zwey Personen hat der eine 87 Thlr. und der andere 55 Thlr. baar Geld im Schranke, beide sind aber an eine dritte Person gleich viel schuldig, nemlich jeder x Thlr. Subtrahirt

trahirt der erste seine Schuld algebraisch von seinem baaren Vermögen, und der andere addirt sie algebraisch zu dem Seinigen, so haben beyde gleich viel Vermögen. Wie groß ist die Schuld?

Hier ist also nach der 288sten Aufgabe

$a = 87$; und $b = 55$,

mithin $x = \frac{55 - 87}{2} = -16$ Thlr.

Das Zeichen (—) will hier weiter nichts anzeigen, als daß die 16 Thlr. nicht Vermögen, sondern Schulden vorstellen, und diese Unterscheidung heischt die Aufgabe, weil hier Vermögen und Schuld zugleich mit in der Berechnung vorkommen.

Diese Erläuterung steht nur für Anfänger hier. Dem Mathematiker ist es nichts neues, die Differenz, also auch die halbe Differenz zweyer Zahlen negativ zu finden, und jedesmal weiß er, welchen Gebrauch er davon zu machen hat, und kann, vermöge seiner tiefern Einsichten in dergleichen Fällen, nie irre geleitet werden.

290ste Aufg. Sempronius hatte von seinen 100 Thlr. so viel dem Titius, der vorher nur 20 Thlr. hatte, gegeben, daß sie beide gleich viel haben. Wie viel hat der Sempronius dem Titius gegeben?

Aufl. Sempronius habe an Titius gegeben x Thlr.: so behielt Sempronius noch $(100-x)$ Thlr., und Titius hat nun $(20 + x)$ Thlr.

Jetzt sollen nun beide gleich viel haben,

daher ist $20 + x = 100 - x$ — x subtr.

bleibt $20 + 2x = 100$ 20 subtr.

bleibt $2x = 80$ mit 2 dividirt.

folgl. $x = 40$ Thlr.

Probe. $20 + 40 = 60$ Thlr.; und $100 - 40$ auch gleich 60 Thlr.

291ste Aufg. Man verlangt die Zahl zu wissen, deren dritter Theil um 2 größer ist, als der vierte Theil.

Aufl. Diese verlangte Zahl sey x,
so ist der dritte Theil dieser Zahl $= \frac{x}{3}$,
der vierte Theil dieser Zahl $= \frac{x}{4}$,
und demnach laut der Aufgabe,

$\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 2$ mit 12 multipl.

giebt $\frac{12x}{3} - \frac{12x}{4} = 24$
oder $4x - 3x = 24$

folgl. $x = 24$.

Probe. Da $x = 24$, so ist $\frac{1}{3}x = 8$ und $\frac{1}{4}x = 6$.
Demnach $8 - 6 = 2$, wie verlangt worden.

292ste Aufg. Eine solche Zahl zu finden, daß 8 herauskomme, wenn man zu der Zahl 8 addirt, die Summe davon mit 8 dividirt, und noch von dem Quotienten 8 subtrahirt.

Aufl. Diese gesuchte Zahl sey x, so soll laut der Aufgabe

$\frac{x+8}{8} - 8 = 8$ seyn,
das heißt $\frac{x}{8} + 1 - 8 = 8$
oder $\frac{x}{8} - 7 = 8$ 7 addirt,

giebt $\frac{x}{8} = 15$ mit 8 multipl.

folgl. $x = 15 \cdot 8 = 120$.

Probe. $\frac{120+8}{8} - 8 = 15 + 1 - 8 = 8$,
wie es die Aufgabe verlangt.
Allgemein abgefaßt wäre die Aufgabe folgende:

293ste Aufg. Eine solche Zahl zu finden, daß d herauskomme, wenn man zu der Zahl a addirt, die Summe mit b dividirt und von dem Quotienten noch c subtrahirt.

Aufl. x sey die zu suchende Zahl
so ist laut der Aufgabe

$$\frac{\frac{x+a}{b} - c = d}{\text{giebt } \frac{x+a}{b} = d + c} \quad \begin{matrix} c \text{ addirt,} \\ \text{mit b multipl.} \end{matrix}$$

$$\frac{\text{kömmt } x + a = b\,(d + c)}{\text{folgl. } x = b\,(d + c) - a.} \quad a \text{ subtrah}$$

Dieses giebt folgende Regel in Worten:
Die Summe von dem, was herauskommen und abgezogen werden soll, mit dem Divisor multiplicirt, und davon die Zahl, die addirt werden soll, abgezogen, giebt das Verlangte.

294ste Aufg. Eine Zahl zu finden, deren $\frac{n}{m}$ Theil um a größer ist, als der $\frac{p}{q}$ Theil.

Aufl. Es sey die gesuchte Zahl x, so ist ihr $\frac{n}{m}$ Theil $= \frac{n}{m}x$, und der $\frac{p}{q}$ Theil $= \frac{p}{q}x$.

laut der Aufgabe ist also,

$$\frac{\frac{n}{m}x = \frac{p}{q}x + a}{\text{bleibt } \frac{n}{m}x - \frac{p}{q}x = a} \quad \frac{p}{q}x \text{ subtrah.}$$

$$\frac{\text{oder } \left(\frac{n}{m} - \frac{p}{q}\right)x = a}{\text{folgl. } x = \frac{a}{\frac{n}{m} - \frac{p}{q}}.} \quad \text{mit } \frac{n}{m} - \frac{p}{q} \text{ divid.}$$

Dieses giebt folgende Regel in Worten:
Man dividire mit der Differenz der zu nehmenden Theile, in die Differenz der schon genommenen Theile, so erhält man das Verlangte.

Wenn

Wenn $n = p = 1$ gesetzt wird: so verwandelt sich die Formel für x in

$$\frac{a}{\frac{1}{m} - \frac{1}{q}} = \frac{qma}{q - m}$$

und setzt man $m = q = 1$, so erhält man

$$x = \frac{a}{n - p}.$$

Aus diesen Formeln mag ein Anfänger zur Uebung sich wieder Regeln in Worten ausgedrückt machen.

Als Erläuterung mag folgendes dienen.

$\frac{3}{4}$ von des Verfassers Alter ist nun 3 Jahr mehr als $\frac{2}{3}$ davon. Wie alt ist der gegenwärtige Verfasser?

Antwort: $\frac{3}{\frac{3}{4} - \frac{2}{3}} = \frac{3}{\frac{9}{12} - \frac{8}{12}}; = \frac{3}{\frac{1}{12}}$ 36 Jahr.

Es wird einem jedem leicht seyn, sich nun mehrere dergleichen Aufgaben, für besondere Fälle zu machen.

295ste Aufg. Eine Zahl zu finden, die zu a addirt, eben so viel giebt, als von b abgezogen.

Aufl. Diese Zahl sey x,

addire ich hiezu a, so erhalte ich $a + x$,

subtrah. ich sie aber von b, so erhalte ich $b - x$.

Laut der Aufgabe soll,

$a + x = b - x$ seyn, $+ x$ addirt.

kömmt $a + 2x = b$ a subtrahirt.

bleibt $2x = b - a$ mit 2 dividirt.

folgl. $x = \frac{b - a}{2}$.

Regel: Die halbe Differenz der gegebenen Zahlen giebt die gesuchte.

296ste Aufg. Wie müssen aber a und b beschaffen seyn, wenn die gesuchte keine andere als eine ganze Zahl seyn soll?

Ant-

Antwort. Es muß die Differenz dieser beiden Zahlen nothwendig eine gerade Zahl seyn. Die gegebenen Zahlen müssen also entweder beide gerade, oder beide ungerade seyn. Haben sie Brüche, so müssen diese Brüche für sich gleich seyn.

297ste Aufg. Wenn nun aber noch besonders gefordert werden sollte, daß die gesuchte Zahl nicht blos eine ganze, sondern zugleich eine gerade Zahl seyn sollte?

Antwort. So müßte die Differenz der gegebenen Zahlen mit 4 ohne Rest dividirt werden können. Ueberdem ist noch zu bemerken, daß in allen diesen Fällen, die beiden gegebenen Zahlen nothwendig zwey gerade oder zwey ungerade Zahlen seyn müssen.

Es ist äußerst nützlich, wenn man Anfängern dergleichen Fragen beantworten läßt. Sie lernen hierdurch denken, und bleiben nicht bey dem stehen, was ihnen die Rechnung blos fürs Auge giebt.

298ste Aufg. Eine Zahl zu finden, die zu a addirt, eben so viel giebt, als mit b multiplicirt.

Aufl. Diese Zahl sey x. Hiezu a addirt, giebt $a + x$, solche aber mit b multiplicirt, giebt bx.

Demnach muß der Bedingung der Aufgabe gemäß seyn, $bx = a + x$ — x subtr.

bleibt $bx - x = a$

oder $bx - 1.x = a$

oder $(b - 1)\,x = a$ — mit $b-1$ dividirt.

folgl. $x = \frac{a}{b-1}$.

Regel: Mit dem um Eins verminderten Coefficienten, dividire man in die andere gegebene Zahl; so erhält man die gesuchte.

299ste Aufg. Eine Zahl zu finden, die zu a addirt, eben so viel giebt, als mit b dividirt.

Aufl. Die gesuchte Zahl sey wiederum x, zu dieser a addirt, giebt $a + x$, und solche mit b dividirt, giebt $\frac{x}{b}$

Der Bedingung der Aufgabe gemäß, muß

$a + x = \frac{x}{b}$ seyn, mit b multipl.

giebt $ab + bx = x$ ab subtr.

giebt $bx = x - ab$ x subtr.

giebt $bx - x = -ab$

oder $(b - 1)\,x = -ab$ mit $b - 1$ dividirt.

folgl. $x = \frac{-ab}{b-1}$

Wir finden also $x = \frac{-ab}{b-1}$

Ist nun b eine ganze Zahl, und größer als 1: so giebt diese Formel für x einen negativen Werth. Soll nun für x ein positiver Werth gefunden werden: so muß b keine ganze Zahl, sondern ein ächter Bruch seyn. Denn alsdann kann man jene Formel auch so ausdrücken, $x = \frac{ab}{1-b}$

Wird $b = 1$ gesetzt: so erhält man

$$x = \frac{a}{0} = \infty.$$

Das heißt: der Werth von x ist in diesem Fall größer, als ihn irgend eine endliche ganze Zahl anzugeben im Stande ist.

Für $b = 0$ findet sich hier offenbar auch $x = 0$.

Anfängern ist es äußerst nützlich, alles hier Gesagte genau zu überdenken.

Wäre vorhergehende Aufgabe aber so ausgedrückt worden.

300ste Aufg. Die Zahl zu finden, von der a subtrahirt einen Rest giebt, der gleich dem Quotienten ist, den man erhält, wenn die gesuchte Zahl mit b dividirt wird, so wäre die Auflösung folgende:

Die gesuchte Zahl sey x:

so ist laut der Aufgabe $x - a = \frac{x}{b}$

$$\text{also } bx - ba = x$$
$$bx = ba + x$$
$$bx - x = ab$$
$$(b - 1)\, x = ab$$
$$\text{folgl. } x = \frac{ab}{b - 1}$$

Um hier einen positiven endlichen Werth für x zu finden, wird also ausdrücklich erfordert, daß $b > 1$ sey.

Bey dieser Formel lassen sich ähnliche Betrachtungen machen, wie bey jener.

Die nächst vorhergehende Formel in Worten ausgedrückt, giebt folgende Regel:

Das Produkt des Subtraktors im Divisor, dividire man mit dem um Eins verminderten Divisor: so erhält man die gesuchte Zahl.

Z. E. Der 50ste Theil meines Vermögens, ist um 98 Thlr. weniger als mein Vermögen. Wie groß ist mein Vermögen?

Antwort. $x = \frac{98 \cdot 50}{50 - 1} = 98 \frac{50}{49}$,

gleich $2 \cdot 50 = 100$ Thlr.

Mehrere Erläuterung bedarf diese Aufgabe nicht, und wer dergleichen noch für nöthig finden sollte, wird leicht nach dem hier Gewiesenen im Stande seyn, sich mehrere Aufgaben von der Art, nach eigener Willkühr so viele sich zu machen, als ihm beliebt Nur muß derselbe die Zahlen so wählen, daß die Aufgabe auch möglich bleibt, und hat daher das Vorhergehende zu beherzigen.

301ste Aufg. Angenommen, daß 19 Unzen Gold ausser dem Wasser, nur 18 Unzen im Wasser wiegen; und

und daß 11 Unzen Silber auſſer dem Waſſer, nur 10 Unzen im Waſſer wiegen; frögt ſich: wie viel Unzen von jedem eine aus Gold und Silber zuſammengeſetzte Maſſe enthalte, die auſſer dem Waſſer 459 Unzen, und in dem Waſſer nur 426 Unzen wiegt?

Auf dieſe Aufgabe läuft die berühmte Aufgabe von der Krone des Hiero hinaus, deren Auflöſung den Archimedes mit Recht in eine Entzückung verſetzte, die ſein Genie verrieth.

Arithm. Wäre die ganze Maſſe von Gold geweſen, ſo würden die 459 Unzen auſſer dem Waſſer, $\frac{1}{19}\frac{8}{9}$ von 459, d. i. $434\frac{1}{19}\frac{6}{9}$ Unzen im Waſſer gewogen haben. Sie wiegen aber im Waſſer nur 426 Unzen; mithin $8\frac{1}{19}\frac{6}{9}$ Unzen weniger; es iſt alſo nicht die ganze Maſſe Gold. Jener Unterſchied rührt nun daher, daß einige Unzen der Maſſe auſſer dem Waſſer, ſtatt $\frac{1}{19}\frac{8}{9}$, nur $\frac{1}{11}\frac{0}{1}$ Unzen, folglich $\frac{8}{209}$ weniger im Waſſer wiegen. Man findet daher, wie viel Unzen Silber in der Maſſe enthalten ſind, wenn man unterſucht, wie vielmal die Differenz $\frac{8}{209}$ genommen werden muß, um $8\frac{1}{19}\frac{6}{9}$ zu machen, d. i., wenn man $8\frac{1}{19}\frac{6}{9}$ durch $\frac{8}{209}$, oder $1\frac{2}{19}$ durch $\frac{1}{209}$ dividirt. Der Quotient $209 . 1\frac{2}{19}$, oder 231, zeigt an: daß die Maſſe 231 Unzen Silber, folglich 228 Unzen Gold enthalte.

Unzen Gold		Gewicht des Goldes	
auſſer dem Waſſer	228	im Waſſer	216 Unz.
" Silber	231	" Silbers	210 "
		Totalgewicht im Waſſer	426 "

Algebr. Ben.

Unzen Gold auſſer dem Waſſer = x
" Silber " " " $459 - x$
" Gold im Waſſer $\frac{1}{19}\frac{8}{9}x$
" Silber " " $\frac{1}{11}\frac{0}{1} . 459 - \frac{1}{11}\frac{0}{1}x$
Totalgewicht " = $\frac{1}{11}\frac{0}{1} . 459 + \frac{8}{209} . x$

Bed. $\frac{1}{11}\frac{0}{1} . 459 + \frac{8}{209} . x = 426$

Red. $\frac{459}{11}\cdot 10 + \frac{8}{19}x = 4686$

$\frac{8}{19}x = 96$

$\frac{1}{19}x = 12$

$x = 228$

Aufl. $x = 228$ Unzen Gold auſſer dem Waſſer

$459 - x = 231$: Silber , ,

$\frac{81}{19}x = 216$ Unzen , Gold im Waſſer

$\frac{10}{11}\cdot 459 - \frac{10}{11}x = 210$ Unzen Silber ,

$\frac{10}{11}\cdot 459 + \frac{8}{209}x = 426$, Gewicht der Maſſe im Waſſer.

Probe. $426 = 426$.

Allg. Betrachtet man die Aufgaben unter einem allgemeinen Geſichtspunct, ſo ergiebt ſich, daß ſie ſich auf die folgende Art reduciren:

302te Aufg. Eine gegebene Zahl in zwey Theile theilen, die mit gegebenen Zahlen multiplicirt eine Summe machen.

Die gegebene Zahl a ſey in zwey Theile zu theilen, deren Producte durch die gegebene Zahlen m, n zuſammen, der gegebenen Zahl s gleich ſeyn.

Ben. Geſuchte Theile , , x und $a - x$.

Producte , , , mx; $na - nx$.

Bed. $na + mx - nx = s$.

1ſter Fall. Es ſey $m = n$; ſo muß $na = s$ ſeyn: und folglich iſt die Aufgabe unmöglich, oder unbeſtimmt, je nachdem na und s ungleich oder gleich ſind.

Nemlich, die Summe der Producte der Theile jeder Zahl durch einerley Zahl iſt dem Producte der erſten Zahl durch die zweyte gleich.

2ter Fall. Es ſey $m > n$;

Red. $mx - nx = s - na$

$x(m - n) = s - na$

3ter Fall. Es ſey $m < n$;

$nx - mx = na - s$

$x(n - m) = na - s$

Aufl. $x = \frac{s - ma}{m - n}$ $x = \frac{na - s}{n - m}$. Weil

$$a - x = \frac{ma - s}{m - n} \qquad a - x = \frac{s - ma}{n - m}$$

$$mx = \frac{ms - m.n.a}{m - n} \qquad mx = \frac{m.na - ms}{n - m}$$

$$na - nx = \frac{m.na - ns}{m - n} \qquad na - nx = \frac{ns - m.na}{n - m}$$

$$na + mx - nx = \frac{ms - ns}{m - n} \qquad na + mx - nx = \frac{ns - ms}{m - n}$$

$$= \frac{m - n}{m - n} s = s \qquad = \frac{n - m}{n - m} s = s$$

Die auf die Voraussetzung $m < n$ sich beziehende Formeln unterscheiden sich von den auf die Voraussetzung $m > n$ sich beziehende, nur durch die Zeichen der beiden Glieder der Brüche, welche einerley Größen ausdrücken.

1. Anmerk. Wendet man die Formeln des 2ten und 3ten Falls auf die Voraussetzung des ersten an; so erhält man $x = \frac{s - na}{0} = \frac{na - s}{0}$; welches Unmöglichkeit anzeigt, wenn nicht $s = na$ ist; in welchem Falle sich das Zeichen der Unbestimmtheit $\frac{0}{0}$ ergiebt, nemlich jede zwey Theile der Zahl a haben alsdann die verlangte Beschaffenheit.

2. Anmerk. Ist m größer als n; und zugleich $\begin{cases} s > na, \\ s < ma; \end{cases}$ so ist die Aufgabe nach dem eigentlichen Sinn ihrer Aussage aufgelößt. Hat man aber $\begin{cases} s > na, \\ s > ma; \end{cases}$ so ändert der zweyte Theil sein Zeichen, und die vorgelegte Aufgabe verwandelt sich in die folgende: die Zahl a ist der Ueberschuß des ersten Theils über den zweyten; und die Größe s ist der Ueberschuß des ersten Produkts über das zweyte.

Ist

Ist m kleiner als n, und zugleich $\begin{cases} s < na \\ s > ma \end{cases}$; so ist die Aufgabe wieder nach dem eigentlichen Sinn ihrer Aussage aufgelößt. Hat man aber zugleich $\begin{cases} s < na \\ s < ma \end{cases}$: so ändert sich ebenfalls das Zeichen des zweyten Theils: die Größe a wird der Ueberschuß des ersten Theils über den zweyten; und die Größe s ist der Ueberschuß des ersten Products über das zweyte.

Die Aufgaben aus der Alligationsrechnung, die so oft bey den auf die Bearbeitung der Metalle sich beziehenden Künsten vorkommen, gehören zu der eben aufgelößten Aufgabe, wenn sie bestimmt sind, und dabey nur von zwey Metallen die Frage ist.

Man ist übereingekommen, jede Masse Goldes in 2 gleiche Theile zu theilen, wovon jeder ein Karat heißt. Ist eine gegebene Masse reines Gold; so sagt man, dieses Gold sey zu 24 Karat. Sind von den 24 Theilen der Masse nur 23 reines Gold, und ist ein Theil von einem andern Metall, von Silber oder Kupfer; so sagt man, es sey Gold zu 23 Karat. Ueberhaupt wird beym Golde der Gehalt immer einer Mischung nach der Anzahl der darin enthaltenen Theile feinen Goldes geschätzt, indem man die Mischung in 24 gleiche Theile theilt, oder getheilt gedenkt. Und da das Gold in Vergleichung mit Silber, und noch vielmehr in Vergleichung mit andern Metallen, so kostbar ist, daß man dieser ihren Werth in den daraus bestehenden Mischungen in Vergleichung mit dem Werth des Goldes, wenn dieses den beträchtlichsten Theil derselben ausmacht, als unbedeutend ansehen kann; so schätzt man die Mischung in diesem Fall nur nach der Menge des Goldes, das sie enthält.

303te Aufg. Man hat ein Stück Gold zu 23 Karat, und ein anderes zu 18 Karat. Wie viel muß man

von jedem dieser Stücke nehmen, um ein 30 Mark schweres Stück zu 22 Karat zu bekommen?

Ich will die Uebereinstimmung dieser Aufgabe mit der nächst vorhergehenden zeigen. $\frac{23}{24}$ des ersten Stücks sind feines Gold; ferner sind $\frac{18}{24}$ des andern Stücks feines Gold; und $\frac{22}{24}$ des durch ihre Mischung herausgebrachten Stücks sollen feines Gold seyn. Folglich muß die Summe der Producte des von dem ersten Stück genommenen Gewichts durch $\frac{23}{24}$, und des von dem andern Stück genommenen Gewichts durch $\frac{18}{24}$, gleich seyn dem Producte des Gewichts des aus der Mischung entstehenden Stücks durch $\frac{22}{24}$: Oder, wenn man den Divisor 24 weglässt, die Summe der respectiven Producte der zwey ersten Gewichte durch die Zahlen 23 und 18, muß gleich seyn dem Producte des letzten Gewichts durch 22. Die vorgelegte Aufgabe ist also mit der folgenden einerley: **Die gegebene Zahl 30 in zwey Theile zu theilen, so daß die Summe ihrer Producte durch die gegebene Zahlen 23 und 18 dem Product der gegebenen Zahl 30 durch 22 gleich sey.**

Durch den Umstand, daß die zu theilende Zahl 30, als Factor in der gegebenen Summe der Producte enthalten ist, wird die Rechnung ein wenig vereinfacht. Man hat nemlich in den vorhergehenden Formeln:

$$a = 30, \quad n = 18$$
$$m = 23, \quad s = 30 \cdot 22$$

Hieraus: $x = \frac{30 \cdot \frac{22}{23} - \frac{30}{18} \cdot 18}{} = 30 \cdot \frac{4}{5} = 24$

$$a - x = \frac{30 \cdot \frac{23}{23} - \frac{30}{18} \cdot 22}{} = 30 \cdot \frac{1}{5} = 6$$

Man muß also 24 Unzen vom ersten Stück, und 6 Unzen vom zweyten nehmen.

Wirklich betragen 24 Unzen des ersten Stücks, 23 Unzen reines Gold; und die 6 Unzen des zweyten $4\frac{1}{2}$ Unzen reines Gold: sie halten also zusammen $27\frac{1}{2}$ Unzen reines Gold. 30 Unzen zu 22 Karat enthalten aber auch $30 \cdot \frac{22}{24} = 5 \cdot \frac{11}{2} = 27\frac{1}{2}$ Unzen reines Gold.

Wenn

Wenn allgemein m und n den Gehalt der gegebenen Stücke, und p den angegebenen Gehalt des gesuchten Stücks bezeichnen, so erhält man

$$x = \frac{ap - na}{m - n} = a \cdot \frac{p - n}{m - n}$$

$$a - x = \frac{am - ap}{m - n} = a \cdot \frac{m - p}{m - n}$$

Eben so wird man bey Mischungen von Silber verfahren, wenn man weiß, daß man übereingekommen ist, ein Stück Silber in 16 gleiche Theile, die man Loth nennt, zu theilen; so daß man sagt, ein Stück Silber sey z. B. zehnlöthig, wenn die $\frac{10}{16}$ seines Gewichts feines Silber sind.

Eben dieses Verfahren wird man anwenden, um ein gegebenes Stück durch Zusatz auf einen niedrigern Gehalt zu bringen. Man wird nemlich in den vorhergehenden Formeln n = o setzen: woraus folgt.

$$x = a \cdot \frac{p}{m}$$

$$a - x = a \cdot \frac{m - p}{m}$$

304te Aufg. Eine Gesellschaft von 36 Personen, Männer und Frauen, macht eine Lustreise. Jeder Mann bezahlt 24 Thlr., und jede Frau 20 Thlr. Die ganze Auslage der Männer übersteigt die der Frauen um 116 Thlr. Wie viel wären Männer, und wie viel Frauen.

Arithm. Hätte die Gesellschaft nur aus Männern bestanden, so würde die Auslage 864 Thlr. gemacht haben; und dies wäre der Ueberschuß der Auslage der Männer über die Frauen gewesen, (welche also nichts bezahlt hätten). Dieser Ueberschuß ist aber nur 116 Thlr. Wir haben ihn also um 748 Thlr. größer herausgebracht, als er wirklich ist; welches daher rührt, daß

einige

einige Frauen an die Stelle einiger Männer zu setzen sind. Nun vermindert sich durch jede, statt eines Mannes anzunehmende Frau, die ganze Auslage der Männer um 24 Thlr.; die der Frauen hingegen vermehrt sich um 20 Thlr: folglich vermindert sich der Ueberschuß der Auslage der Männer über die der Frauen, um 44 Thlr. Wir werden also finden, wie viel Frauen dabey gewesen, wenn wir suchen, wie vielmal man 44 nehmen muß, um 784 zu bekommen: d. i., wenn wir 748 durch 44 dividiren. Der Quotient zeigt an, daß es 17 Frauen waren.

Anzahl der Frauen 17. Ganze Auslage der Frauen 340 Thlr.
" " Männer 19 " = Männer 456 "
Ueberschuß des letzten Auslage über die erste " 116 "

Algebr. Ben. Anzahl der Männer = = x
" " Frauen = 36 — x
Auslage der Männer " " = 24x
" = Frauen " = 720 — 20x
Unterschied der Auslagen " 44x — 720

Bed. 44x — 720 = 116
Red 44x = 836 (beiderseits 720 addirt.)

Aufl. x = 19 Anzahl der Männer
36 — x = 17 " " Frauen
2x = 456 Auslage der Männer
720 — 20x = 340 " " Frauen
44x — 720 = 116 Unterschied der Auslagen.
Probe. 116 = 116.

305te Aufg. Einer hat 24000 Thlr.; wovon er ein Theil zu 7 Procent und den andern zu 5 Procent anlegt. Von dem ersten Capital zieht er 600 Thlr. jährlich Zinsen mehr, als aus dem andern. Wie groß waren die einzelnen Capitale?

Algebr.

Algebr. Ben. Das erste Capital ' = x
' zweyte ' = 24000 — x
x bringt jährlich an Zinsen = $\frac{7}{100}$. x
(24000 — x ' ' = $\frac{5}{100}$ (24000 — x)

Bed. $\frac{7}{100}x - \frac{5}{100}(24000 - x) = 600$

Red. $7x - 120000 + 5x = 60000$
$12x = 180000$

Aufl. $x = 15000$ Thlr. das erste Capital
$24000 - x = 9000$ ' ' 2te '
$\frac{7}{100}x = 1050$ '
$\frac{5}{100}(24000 - x) = 450$

Probe. 1050 Thlr. — 450 Thlr. = 600 Thlr.

306te Aufg. Es dingt jemand einen Arbeiter auf 40 Tage unter folgenden Bedingungen. Für jeden Tag, den er arbeitet, soll er ausser der Kost $2\frac{1}{4}$ Groschen bekommen; für jeden Tag aber, den er müßig geht, sollen ihm $1\frac{1}{4}$ Groschen abgezogen werden. Am Ende der 40 Tage ist man ihm 1 Thlr. 10 Gr. schuldig. Wie viel Tage hat er gearbeitet?

Algebr. Ben. Anzahl der Tage, die er gearbeitet x
' = ' ' nicht = 40 — x
Für x Tage bekommt er ' ' $\frac{9}{4}x$
' (40 — x) Tage muß er geben $\frac{5}{4}(40 - x)$

Bed. $\frac{9}{4}x - \frac{5}{4}(40 - x) = 34$

Red. $\frac{9}{4}x - 50 + \frac{5}{4}x = 34$
$\frac{7}{2}x = 84$

Aufl. $x = 2 \cdot \frac{84}{7} = 24$ Tage, die er gearbeitet,
$40 - x = 16$ Tage, die er nicht gearbeitet.
Für x Tage hat er bezahlt erhalten $\frac{9}{4} \cdot 24 = 54$ Gr.
Für (40 — x) Tage hat er bezahlen müssen $\frac{5}{4} \cdot 16 = 20$ '
Probe. 54 — 20 = 34 Gr.

Allg.

Allge. Betrachtet man die drey vorhergehenden Aufgaben unter einem allgemeinen Gesichtspunct; so findet man, daß sie darauf hinauslaufen: eine gegebene Zahl in zwey Theile so zu theilen, daß die Differenz der Producte derselben durch gegebene Zahlen, der Größe nach zugeben sey. Daher folgende Aufg.

307te Aufg. Die gegebene Zahl a sey in zwey Theile so zu theilen, daß die Differenz der Producte derselben durch die gegebene Zahlen m und n der gegebenen Zahl d gleich sey.

Ben. Erster Theil . . . x
Zweyter . . . a — x
Erst. Product . . mx
Zweytes . . n (a — x)
Differenz der Producte mx + nx — na

Bed. $(m + n)x - na = d$

Red. $(m + n)x = na + d$

Aufl. $x = \frac{na + d}{m + n}$, erster Theil

$a - x = \frac{ma - d}{m + n}$, zweyter Theil

Probe. Differenz der Producte $= \frac{m + n}{m + n} \cdot d = d$

Anmerk. Ist $ma > d$; so ist die Aufgabe nach dem eigentlichen Sinn ihrer Aussage aufgelößt.

Ist aber $ma < d$; so verändert der zweyte Theil und sein Product durch die gegebene Zahl n ihre Zeichen. Alsdann ist die Größe a der Ueberschuß des ersten Theils über den zweyten; und die Differenz d ist die Summe der zwey Producte.

308te Aufg. Ein Acker enthalte 2a □R., die aber aus Aecker von verschiedener Güte bestehen, er gehört

hört 2 Besitzern A und B, und man weiß, daß Beide gleichviel Aussaat bedürfen. Da nun die Güte ihrer Aecker in dem Verhältniß b : c stehen, so frägt sich, wie viel □R. Jeder hat.

Aufl. A habe x □R.; so hat B $(2a - x)$ □R.

A gebraucht an Aussaat $\frac{x}{c}$ Scheffel.

B $\frac{2a - x}{b}$,,

Laut der Aussage muß demnach seyn:

$$\frac{x}{c} = \frac{2a - x}{b}$$

$$bx = 2ac - cx.$$

$$bx + cx = 2ac$$

$$(b + c)x = 2ac$$

$$\text{folgl. } x = \frac{2ac}{b + c}$$

$$\text{u. } 2a - x = 2a - \frac{2ac}{b + c} = \frac{2ab}{b + c}$$

Beyspiel.

Es sey $a = 2250$ □R.

$b : c = 204 : 180$

$= 4 : 3$

so ist $x = \frac{6 \cdot a}{7} = a - \frac{a}{7} = 2250 - 321\frac{3}{7}$

$= 1828\frac{4}{7}$ □°

u. $2a - x = \frac{8 \cdot a}{7} = a + \frac{a}{7} = 2250 + 321\frac{3}{7}$

$= 2571\frac{3}{7}$ □°.

309te Aufg. Ein Feld von 2a □R. hat zwey nebeneinander liegende gleiche Theile, deren Güte sich verhält wie b : c. Es soll nun dieses Feld unter zwey Erben, A und B so vertheilt werden, daß beide gleichviel Aussaat haben. Wie viel muß

von

von dem einen Felde weggenommen, und dem andern zugelegt werden?

Aufl. Gesetzt, A müßte an B x □R. abgeben,
so würde A behalten $a - x$,
und B hätte alsdann $a + x$.

A hätte nöthig an Aussaat $\frac{a-x}{c}$

und B hätte an Aussaat $\frac{a}{b} + \frac{x}{c}$.

laut der Aufgabe muß nun seyn:

$$\frac{a-x}{c} = \frac{a}{b} + \frac{x}{c}$$

folgl. $x = \frac{a(b-c)}{2b}$

Z. B. sey $a = 2250$ □°;
$b : c = 240 : 180 = 4 : 3$;
so ist $x = \frac{a}{8} = \frac{2250}{8} = 281\frac{1}{4}$ □R.
A behält also $2250 - 281\frac{1}{4} = 1968\frac{3}{4}$ □R.
und B hat, $2250 + 281\frac{1}{4} = 2531\frac{1}{4}$ □R.

Arithm. Aufl. Wenn A auf seinem Felde zu 1 Scheffel Aussaat 180 □°, und B auf seinem Felde zu 1 Scheffel Aussaat 240 □° gebraucht, so gebraucht
A an Aussaat $\frac{2250}{180} = 12\frac{1}{2}$ Scheffel,
und B, $\frac{2250}{240} = 9\frac{3}{8}$.

Sollen nun beide gleichviel Aussaat haben, so muß ein jeder $\frac{12\frac{1}{2} + 9\frac{3}{8}}{2} = 10\frac{5}{16}$ Scheffel Aussaat haben.

Es hat also A $12\frac{1}{2} - 10\frac{5}{16} = 1\frac{9}{16}$ Scheffel zu viel, und B so viel zu wenig.

Mithin müssen von den Feldern des A so viel □° weggenommen, und dem B gegeben werden, als zu $1\frac{9}{16}$ Scheffel Aussaat gehört.

Dies macht $1\frac{9}{16} \cdot 180$ □° $= 180 + \frac{9}{16} \cdot 180$
$= 180 + 101\frac{1}{4} = 281\frac{1}{4}$ □°.
folglich behält A $1968\frac{3}{4}$ □°,
und B erhält $2531\frac{1}{4}$ □°.

Die

Die gegebene allgem. Algebr. Aufl. hat vor dieser Arithm. den Vorzug, daß sie für hier angegebenen besondern Werthe von b und c sogleich angiebt, daß das, was wir suchen, gerade $\frac{1}{8}$ von 2250 ist.

31ote Aufg. Der Schlafraum eines Klosters besteht aus 8 Zellen, deren äusserer Umfang ein Quadrat bildet. In jeder Zelle wohnen 3 Nonnen. Nun gehen 4 von ihnen weg. Die übrigen vertheilen sich so, daß die Anzahl der Nonnen in jeder Reihe, die nemliche, wie vorher bleibt. Wie haben sie sich vertheilt?

Arithm. Es waren anfänglich 24 Nonnen. Nachdem 4 von ihnen weggegangen sind, so bleiben noch 20. Dies ist die Anzahl der in den 4 mittlern Zellen, und in den 4 Eckzellen zusammen befindlichen Nonnen. Die Anzahl der in einer Eckzelle und in einer mittleren Zelle befindlichen, ist also ein Viertel von 20, oder 5 die Anzahl der in 2 Eckzellen und in einer mittlern Zelle befindlichen ist aber 9. Folglich ist die Anzahl der in einer Eckzelle befindlichen, der Ueberschuß von 9 über 5, d. h. 4; und in jeder mittlern Zelle ist eine Nonne.

Algebr. Ben. Anzahl der Nonnen in einer Eckzelle x
zwey Eckzellen . . . $2x$
in einer mittlern Zelle . . $9 - x$
in den 4 Eckzellen . . . $4x$
, , mittleren . . . $36 - 8x$
, , 8 Zellen . . . $36 - 4x$

Bed. $20 = 36 - 4x$

Red. und Aufl. $x = 4$, Nonnen in einer Eckzelle.
$2x = 8$, , , zwey Eckzellen.
$9 - 2x = 1$, , einer mittleren Zelle.
$4x = 16$, , , den 4 Eckzellen.
$36 - 8x = 4$, , mittleren Zellen.
$36 - 4x = 20$, , in den 8 Zellen.

311te Allg Aufg. Die Anzahl der in jeder der 8 Zellen befindlichen Nonnen ist m Die Anzahl derjenigen, die weggehen, ist 4n; und die Anzahl der Nonnen in jeder Reihe bleibt 3m. Wie haben sie sich vertheilt?

Aufl. Ben. Anzahl der Nonnen in einer Eckzelle = x
" " zwey Eckzelle " 2x
" " einer mittleren 3m — 2x
" in den 4 Eckzellen " 4x
" " mittleren 12 . m — 8x
" " 8 Zellen 12 . m — 4x

Bed. 8m — 4n = 12m — 4x

Red. u. Aufl. $x = m + n$ Nonnen in einer Eckzelle,
$2x = 2(m + n)$ " zwey Eckzellen,
$3m - 2x = m - 2n$ einer mittlern Zelle,
$4x = 4(m + n)$ den 4 Eckzellen,
$12m - 8x = 4(m - 2n)$ 4 mittleren Zellen,
$12m - 4x = 4(2m - n)$ " 8 Zellen.

Einschränk. Soll die Aufg. nach dem eigentlichen Sinn ihrer Aussage möglich seyn; so muß man haben $m \geqq 2n$.

Wenn die Anzahl der Nonnen sich vermehrt, statt sich zu vermindern; so muß man das Zeichen von n verändern. Man erhält nemlich

Nonnen in einer Eckzelle " " $m - n$
" " mittlern Zelle " " $m + 2n$

Damit nun die Aufg. nach dem eigentlichen Sinn ihrer Aussage möglich sey, so muß $m \geqq n$ seyn.

312te Aufg. In jedem von drey in gerader Linie stehenden Fächern liegen m Zahlpfennige. Man nimmt 2n davon weg; oder legt 2n neue hinzu, den Rest oder die Summe vertheilt man so, daß in

in dem mittleren Fach und in jedem der Eckfächer zusammen 2m Zahlpfennige befindlich sind. Wie kann dieses geschehen?

Aufl. Ben. Anzahl der Zahlpf. in jedem Eckfache x
" " in beide Eckfächer $2x$
" " in dem mittlern Fache $2m - x$
" " in allen 3 Fächern $2m + x$

Bed. $2m + x = 3m + 2n$

Red. und Aufl. $x = m + 2n$ Anzahl der Zahlpf. in jedem Eckfache,
$2m - x = m + 2n$ Anzahl der Zahlpf. im mittlern Fache.

Probe. $(m + 2n) + (m + 2n) = 2m$

313te Aufg. An den drey Ecken eines gleichseitigen Dreyecks, und innerhalb dieses Dreyecks werden 4 Zahlen, jede gleich m geschrieben. Man vermindert oder vermehrt die Summe dieser Zahlen um 2n Einheiten. Wie muß man den Rest vertheilen, damit die Zahl innerhalb des Dreyecks mit jeder an der Ecke geschriebenen Zahl 2m ausmacht?

Aufl. Ben. Die Zahl an einer Ecke " " x
Die Summe der Zahlen an drey Ecken $3x$
Die Zahl innerhalb des Dreyecks $2m - x$
Die Summe aller 4 Zahlen $2m + 2x$

Bed. $2m + 2x = 4m + 2n$

Red. u. Aufl. $x = m + n$ die Zahl an einer Ecke
$2m - x = m + n$ die Zahl in der Fläche.

Probe. $(m + n) + (m + n) = 2m$.

314te Allg. Aufg. An jede Ecke und in der Mitte eines regulären Ecks steht die Zahl m, die Sum-

me

me aller dieser Zahlen vermindert oder vermehrt man um q . n Einheiten. Wie muß man den Rest vertheilen, damit die Summe von der Zahl an jeder Ecke mit der in der Mitte stehenden p . m beträgt?

Aufl. Ben. Die Zahl an einer Ecke x
Die Summe der Zahlen an alle Ecken Nx
Die Zahl innerhalb , , $p . m - x$
Summe aller Zahlen $p . m + (N - 1) x$

Bed. $p . m + (N - 1) x = (N + 1) . m \mp q . n$

Red. u. Aufl. $x = \frac{(N + 1 - r) . m \mp q . n}{N - 1}$

Zahl an einer Ecke.

u. $pm - x = \frac{m [p (N - 1) - (N + 1 - r)] \pm}{N - 1}$ Zahl

in der Mitte.

Probe. Wenn man die Ausdrücke für x und $p . m - x$ addirt, so erhält man wie es seyn muß $p . m$.

315te Aufg. Jemand soll 7000 Thlr. bezahlen: nemlich:

2000 nach $3\frac{1}{2}$ Monat
3500 , 4 ,
und 1500 , 14 ,

Sein Gläubiger macht ihm den Vorschlag, diese Summe in zwey Terminen, jedesmal die Hälfte zu bezahlen, und zwar soll der zweyte Termin um einen Monat länger seyn, als der erste. Wenn nun der Schuldner damit zufrieden ist: nach welcher Zeit muß der erste Termin angesetzt werden?

Aufl. Man reducire alle die Zahlungen auf einerley Zeit, z. B. auf 1 Monat, nemlich:

				geben in ein Monat.
2000 Thlr.	nach	$3\frac{1}{2}$	Monath	7000 Thlr.
3500 '	'	4	'	14000 '
1500 '	'	14	'	21000 '
				42000 Thlr.

D. h. mit einem Capitale von 42000 Thlr. kann ich in einem Monat so viel gewinnen als mit den einzelnen genannten Zahlungen in den ihnen zugehörige Zeiten.

Es sey nun der erste Zahlungstermin nach x Mon. so ist der 2te $(2x + 1)$ vom Anfange an gerechnet.

In jedem dieser Termine soll die Hälfte von 7000 also 3500 Thlr. gezahlt werden.

Man reducire diese Zahlungen wieder auf einerley Zeit, d. h. auf 1 Monat, so haben wir

$3500 \cdot (3x + 1)$. auf 1 Monat.

Soll nun die 2te Zahlung mit der ersten gleichgültig seyn, so muß

$3500\ (3x + 1) = 42000$ Thlr.

$3x + 1 = 12$

folgl. $x = 3\frac{2}{3}$ Monat der erste Termin

$x + 1 = 4\frac{2}{3}$ ' = 2te '

$2x + 1 = 8\frac{2}{3}$ ' die Dauer der ganzen Zahlung.

316te Aufg. Zu einem Garten, der verkauft werden soll, melden sich zwey Kauflustige. Der eine biethet 7705 Thlr., nemlich 3365 Thlr. baar, und 4340 Thlr. nach 8 Jahren, oder, wenn der Verkäufer es verlangt, die letztere Summe ebenfalls baar, mit 5 Procent einfachen Rabatt. Der zweyte Käufer bietet eine andere Summe, welche von jetzt an gerechnet, in drey Terminen, jeden von zwey Jahren, in gleichen Theilen abgetragen wer-

werden soll, nemlich: daß erste Drittel nach 2, das zweyte Drittel nach 4, und das letzte Drittel nach 6 Jahren; oder, wenn der Verkäufer es verlangt, mit 5 Procent einfachen Rabatt sogleich baar. Der Verkäufer hält beyde Gebote für gleich. Wie viel hatte der zweyte geboten?

Wenn der erste Käufer gleich alles baar bezahlt, so zieht er von der 2ten zu leistenden Zahlung 5 Procent einfachen Rabatt ab, das beträgt, da diese 2te Zahlung erst nach 8 Jahren geschehen sollte, 40 Procent Rabatt.

Er zahlt also gleich baar		3365 Thlr.
4340 Thlr. weniger 40 Proc. Rabatt		3100 =
also die Summe von		6465 Thlr.

Der zweyte Käufer will nun eine Summe x in drey gleichen Terminen, d. h. $\frac{1}{3}x$ nach 2, $\frac{1}{3}x$ nach 4, und $\frac{1}{3}x$ nach 6 Jahren bezahlen, oder auch sogleich baar mit 5 Procent Rabatt. Man berechne also den Rabatt für die angegebenen Zeiten.

Nun beträgt der Rabatt auf den

ersten Termin von 2 Jahren			$\frac{10}{11}$	von dem in diesen Zeiten zu zahlenden Capital.
= 2ten	=	von 4	= $\frac{10}{12}$	
= 3ten	=	von 6	= $\frac{10}{13}$	

Demnach beträgt sämmtlicher Rabatt $\frac{4310}{17716}$ des in einem Termin zu zahlenden Capitals. Da der Verkäufer beide Gebote für gleich hält,

so muß $\frac{4310}{17716} \cdot \frac{x}{3} = 6465$ seyn.

d. h. $x = \frac{17716 \cdot 6465 \cdot 3}{4310} = \frac{858 \cdot 12931 \cdot 3}{431} = 858.$

$9 = 7722$ Thlr.

317te Aufg. Jemand, der gleich Geld braucht, will ohne dabey zu verlieren eine Obligation die noch auf n Jahre zu à Procent steht, an einem reichen Freund ablassen, der sein Geld nicht höher als zu b Procent nutzen will. Wie viel muß daher der

Käufer

Käufer dieser Obligation auf jedes Hundert mehr geben, damit er keinen Schaden hat.

Aufl. In n Jahren betragen 100 Thlr. zu a Procent 100 + na. Gesetzt nun, der Käufer dieser Obligation müßte auf jedes 100, x Thlr. zulegen, so daß er also fü jedes 100 der Obligation (100 + x) bezahlte, so würden diese (100 + x) nach n Jahren zu 6 Procent ein Capital von $(100 + x) + \frac{n+b}{100}$.

$(100 + x) = \frac{100 + nb}{100} . (100 + x)$ ausmachen.

Soll nun der Käufer keinen Verlust haben, so muß

$\frac{100 + nb}{100} (100 + x) = 100 + na$ seyn,

daher $100 + x = \frac{100\,(100 + na)}{100 + nb}$

folgl. $x = \frac{100\,(100 + na)}{100 + nb} - 100$

$= \frac{100 . n\,(a - b)}{100 + nb}$

Z. B. die Obligation stehe zu 6 Procent noch 20 Jahre, und der Käufer verlange sein Geld nicht höher, als zu 4 Procent zu nutzen:

so ist $x = \frac{100}{(100 + 20) . 4} . \frac{20 . 2}{4} = \frac{4000}{180} = \frac{200}{9} = 22\frac{2}{9}$ Thlr.

Der Käufer muß also für jedes 100 der Obligation dem Verkäufer $122\frac{2}{9}$ Thlr. bezahlen.

318te Aufg. Die Summe des Verm. der drey Personen A, B, C, ist s; A un B haben zusammen das mfache dessen, was C hat; A und C zusammen haben das nfache dessen, was B hat. Wie viel hat ein jeder?

Arithm. Die Summe des Vermögens der drey Personen ist das (m + 1) fache des Vermögens von C, und das (n + 1) fache des Vermögens von B. Folglich ist das Vermögen von C ... $\frac{s}{m + 1}$, und das Vermö-

gen von B ist $\frac{s}{n+1}$; Das Vermögen von A ist also

$$s - \left(\frac{s}{m+1} + \frac{s}{n+1}\right) = s\left(1 - \frac{1}{m+1} - \frac{1}{n+1}\right)$$

$$= s \cdot \left(\frac{(m.n+m+n+1) - (n+1) - (m+1)}{(m+1).(n+1)}\right)$$

$$= s \cdot \frac{m.n-1}{(m+1).(n+1)}$$

Anmerk. Wenn m . n größer ist, als 1; so ist die Aufg. nach dem eigentlichen Sinn ihrer Aussage aufgelöst.

Ist aber $m.n = 1$, folglich $n = \frac{1}{m}$: so ist das Vermögen von A Null. Die Summe des Vermögens von B und C ist s. Das Vermögen von B ist das mfache des Vermögens von C, also das Vermögen von C, $\frac{1}{m}$tel des Vermögens von B.

Ist m . n kleiner als 1: so verwandelt sich das Vermögen von A in Schulden. Die Aufg. läßt sich aber für diesen Fall auf eine andere zurückführen, wobey das, was als Vermögen von A gefunden wird, wirkliches Vermögen vorstellt; und zwar auf folgende Art: der Ueberschuß der Summe des Vermögens von B und C über das Vermögen von A ist s. Der Ueberschuß des Vermögens von B über das von A ist das mfache dessen, was C hat; und der Ueberschuß des Vermögens von C über das von A ist das nfache dessen, was B hat. So bleiben für das Vermögen von C und von B die vorigen Ausdrücke; und das Vermögen von A ist $s \cdot \frac{1 - m.n}{(m+n).(n+1)}$

Allg. Aufg. Das Vermögen von r Personen $A, A', A'', A''', \ldots A^{(r-3)}, A^{(r-2)}, A^{(r-1)}$ ist s

Die

Sr. Hochfreyherrlichen Excellenz

dem

Hochgebohrnen Freyherrn

Herrn

Carl Aug. von Hardenberg,

Königlich Preuß. wirkl. geheimer Etats-, Kriegs-, Cabinets- und dirigirender Minister bey dem General-Ober-Finanz-Kriegs- und Domainen-Directorio, Ritter des schwarzen und rothen Adler-Orden

&c. &c. &c.

Ehrfurchtsvoll gewidmet

von

dem Verfasser.

Die Summe des Vermögens von A, A′, A″ . . . . .
A(r − 2) ist nmal das Verm. von A(r − 1)
" " " = = A, A′, A″ . . . . A(r − 3), A(r − 1)
ist n′ mal das Verm. von A(r − 2)
" = " = . A, A′, A″ . . . . A(r − 3), A(r − 2),
A(r − 1) ist n″ mal das Verm. von A(r − 3)
" " " " = A, A′, A‴ . . . . . A(r − 1) ist
n(r − 3) mal das Verm. von A″
" " " = = A, A″ . . . . . A(r − 1) ist n(r − 2)
mal das Verm. von A′.

Wie viel hat jeder?

Aufl. Ein bloßes Raisonnement wie vorhin, giebt sogleich

das Vermögen von $A^{(r-1)} = \frac{s}{n+1}$

" " " $A^{(r-2)} = \frac{s}{n'+1}$

" " " $A^{(r-3)} = \frac{s}{n''+1}$

" " " $A^{(r-4)} = \frac{s}{n'''+1}$

" " " $A^{(r-m)} = \frac{s}{n^{(m-1)}+1}$

" " " $A'' = \frac{s}{n^{(r-3)}+1}$

" " " $A' = \frac{s}{n^{(r-2)}+1}$

und " " $A = s - \left(\frac{s}{n+1} + \frac{s}{n'+1} + \ldots\ldots + \frac{s}{n^{(r-2)}+1}\right)$

$= s\left[1 - \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n'+1} + \ldots \frac{1}{n^{(r-2)}+1}\right)\right]$

Die allgemeine Aufgabe läßt sich in eben so viel besondere Aufgaben von der Art wie die Aufgabe zerlegen, als die um 1 verminderte Anzahl der gesuchten Vermögensantheile angiebt. Die allgemeine Aufgabe giebt also $(r - 1)$ solcher Aufgaben.

319te Aufg. Drey Größen zu finden, deren Summe paarweise genommen, bekannt sind.

Aufl. Die gesuchten Größen mögen x, y und z seyn, und es sey

$$x + y = c$$
$$x + z = b$$
$$y + z = a$$

demnach $2(x + y + z) = a + b + c$,

mithin $x + y + z = \frac{a + b + c}{2} = s$

folgl. $z = s - c$
$y = s - b$
$x = s - a$

d. h. die Summe der gesuchten 3 Zahlen ist der halben Summe der gegebenen Summen gleich; und das Vermögen jeder Person ist der Ueberschuß dieser halben Summe, über die Summe der beyden andern Zahlen.

Z. B. Es sey $a = 144$
$b = 120$
$c = 100$

364

2) 364

$182 = s$

also $s - a = 38 = x$
$s - b = 62 = y$
$s - c = 82 = z$.

Anmerk. Damit diese Aufg. nach dem eigentlichen Sinn ihrer Aussage nützlich sey, oder damit die drey gesuchten Größen positiv werden; muß die Summe jeder der zwey gegebenen Größen nicht kleiner seyn, als die

dritte.

dritte. Oder die halbe Summe aller 3 Summen darf nicht kleiner seyn, als eine der angegebenen Summe von zwey Größen.

Ist eine der angegebenen Summen größer, als die der zwey andern zusammen: oder ist sie größer als jene halbe Summe: so verändert diejenige gesuchte Größe, welche in der angegebenen Summe nicht begriffen ist, ihr Zeichen, und wird subtractiv. Und um die Aufg. in eine andere zu verwandeln, worinn die gesuchten Größen positiv seyn, müssen die zwey andern gegebenen Größen die Ueberschüsse jeder der zwey andern gesuchten Größen über die dritte angeben.

a sey z. B. in der vorhergehenden Formel größer als die Summe $b + c$; oder a sey größer als s; folglich x negativ: so verwandele man die Aufgabe in folgende:

320ste Aufg. Der Ueberschuß der Zahl y über die Zahl x ist . . . . c,
z . . . . x b,
und die Summe der Zahlen y und z ist a,
Welches sind die Zahlen?

Aufl. Man hat $-x + y = c$
$-x + z = b$
$y + z = a$

demnach $2(-x + y + z) = a + b + c$

$$-x + y + z = \frac{a+b+c}{2} = s.$$

folgl. $z = s - a$
$y = s - b$
$x = a - s.$

Soll nun diese Aufg. nach dem eigentlichen Sinn ihrer Aussage sich auflösen lassen; so darf a nicht kleiner als $b + c$, oder a nicht kleiner als s seyn.

Die zwey Aufgaben, in deren einer die Summen jeder der zwey Zahlen y und z, und der Zahl x, in der andern

andern der Ueberschuß jeder der zwey Zahlen y und z über die Zahl x gegeben sind, lassen sich also eine auf die andere zurückführen; und die Antworten darauf, hängen von der Größe a in Vergleichung mit der Summe von b und c, oder in Vergleichung mit s ab.

321ste Aufg. Man soll m Zahlen finden, davon man die Summe aus m — 1 kennt.

Aufl. Da m Zahlen, zu m — 1 genommen, m Summen geben, und diese Summen bekannt seyn sollen: so hat man hier m von einander verschiedene, und also so viel Gleichungen, als erfordert werden, um diese Aufgabe vollkommen aufzulösen. Ferner sind die gedachten Summen so beschaffen, daß jede alle unbekannte Größen bis auf eine enthält, und diejenige unbekannte Größe, die in der einen fehlt, fehlt in weiter keiner, sondern ist in allen übrigen anzutreffen. Addirt man also die gedachten m Gleichungen, so bekommt man, wenn man die unbekannten Größen, x, x', x'' x''', ... $x^{(m-1)}$, und die gegebenen Summen s, s', s'', s''' . . . . . $s^{(m-1)}$ nennt,

$$(m-1)\,(x + x + x' + x'' + \ldots x^{(m-1)}) = s + s' + s'' + \ldots s^{(m-1)} = S,$$

folgl. $$Y = x + x' + x'' + \ldots x^{(m-1)} = \frac{S}{m-1}$$

mithin $$x^{(m-1)} = \frac{S}{m-1} - s;\quad x^{(m-2)} = \frac{S}{m-1} - s';\quad x^{(m-3)} = \frac{S}{m-1} - s''\ \ldots\ x^{(m-r)} = \frac{S}{m-1} - s^{(r-1)} \ldots x = \frac{S}{m-1} - s^{(m-1)}$$

Um einige der folgenden Aufgaben zu verstehen, muß man aus den Anfangsgründen der Geometrie wissen: daß um den Flächeninhalt eines Rectangels, dessen Sei-

Seiten in Zahlen angegeben sind, zu finden, diese Zahlen in einander multipliciren muß. Das Product zeigt an, wie viel das Rectangel solcher Quadrate enthält, deren Seite das Maaß ist, in welchem die Seiten des Rectangels angegeben sind.

So läßt sich ein Rectangel, welches einen Fuß breit und zehn Fuß lang ist, in 10 □Fuß zerfällen, oder es hält 10 Quadratfuß. Und ist ein Rectangel 7 Fuß breit und 10 Fuß lang: so läßt es sich in 7 Streifen zerlegen, deren jeder 1 Fuß breit und 10 Fuß lang ist; oder in 7 Streifen, deren jeder 10 □Fuß hält. Es enthält also 7mal 10, oder 70 □Fuß.

322ste Aufg. Die Länge eines Rectangels ist das Doppelte seiner Breite. Setzt man jeder derselben einen Fuß zu, so wird sein Flächeninhalt um 37 □Fuße vermehrt. Wie lang sind die Seiten dieses Rectangels?

Arithm. Der Zuwachs dieses Rectangels kann in zwey Rectangel, deren jedes einen Fuß Breite, und zur Länge die Seiten des ersten Rectangels hat, und in ein Quadrat, dessen Fläche einen Quadratfuß beträgt, zerlegt werden. Die Summe jener zwey Rectangel macht also 36 □Fuß. Da nun ihre Breite ein Fuß ist, so muß die Summe ihrer Längen 36 Fuß seyn. Die Länge des ersten Rectangels ist aber das Doppelte seiner Breite; mithin die Summe seiner zwey Seiten, das dreyfache seiner Breite. Folglich ist die Breite des ersten Rectangels ein Drittel von 36, d. i. 12; und seine Länge 24.

Erstes Rectangel.		Zweytes Rectangel.
Breite = =	12	= = = 13
Länge = =	24	= = = 25
Flächeninhalt =	288	= = 325

Unterschied ihres Flächeninhalts 37.

Algebr.

	Erstes Rectangel.		Zweytes Rectangel.
Ben. Breite	:	x	: $x + 1$
Länge	:	$2x$	: $2x + 1$
Flächeninhalt	:	$2x^2$	: $2x^2 + 3x + 1$

Bed. $3x + 1 = 37$.

Red. $x = 12$

Aufl.

Erstes Rectangel.		Zweytes Rectangel.
$x = 12$	Breite	$x + 1 = 13$ Breite
$2x = 24$	Länge	$2x + 1 = 25$ Länge
$2x^2 = 288$	Flächeninh.	$2x^2 + 3x + 1 = 325$ Flächeninhalt.

$3x + 1 = 37$ Unterschied ihres Flächeninhalts.

Allgemein.

323ste Aufg. Die Länge sey das mfache der Breite. Setzt man der Breite a Fuß, und der Länge b Fuß zu; so wird der Flächeninhalt um die gegebene Zahl p von Quadratfuß vergrößert. Wie lang und breit ist dieses Rectangel?

	Erstes Rectangel.		Zweytes Rectangel.
Ben. Breite	:	x	: $x + a$
Länge	:	mx	: $mx + b$
Flächeninhalt	:	mx^2	: $mx^2 + (ma + b)x + ab$

Unterschied ihres Flächeninhalts $(ma + b)x + ab$

Bed. $(ma + b) + ab = p$

Red. $x = \frac{p - ab}{ma + b}$

Erstes

	Erstes Rectangel.	Zweytes Rectangel.
Breite	$x = \frac{p - ab}{ma + b}$	$x + a = \frac{p - ma^2}{ma + b}$
Länge	$mx = \frac{m(p - ab)}{ma + b}$	$mx + b = \frac{mp + b^2}{ma + b}$
Flächeninh.	$mx^2 = m.\left(\frac{p - ab}{ma + b}\right)^2$	$mx^2 + (ma + b)x + ab$
		$= \frac{mp(p + ma + b^2) + ma^2 b^2}{(ma + b)^2} + ab$

Unterschied ihres Flächeninhalts

$$\frac{p(m^2 a^2 + mab + b^2)}{(ma + b)^2} = p - \frac{(ma + b)^2}{(ma + b)^2} = p.$$

Anmerk. Ob sich gleich der Inhalt der Aufg. auf Verlängerung der beyden Seiten des Rectangels bezieht; so lassen sich doch die gefundene Formeln ebenfalls sowohl auf den Fall, wenn die eine Seite wächst, und die andere abnimmt, als auf den Fall, wenn beyde Seiten abnehmen, anwenden; wie aus folgendem erhellt.

1) a bedeute Zunahme, und b Abnahme; so erhält man:

	für das erste Rectangel.	für das 2te Rectangel.
Breite	$\frac{p + ab}{ma - b}$	$\frac{p + ma^2}{ma - b}$
Länge	$m.\frac{p + ab}{ma - b}$	$\frac{mp + b^2}{ma - b}$

Wenn in diesem Fall $ma = b$: so ist die Aufg. unmöglich, wofern nicht zu gleicher Zeit $p + ab = 0$, oder $p = -ab$ ist, folglich p, statt einer Zunahme, eine Abnahme bedeutet.

Ist $ma < b$: so wird die Breite $= -\frac{p + ab}{b - ma}$; welches anzeigt, daß p eine Abnahme bedeute.

Die

Die Seiten des zweyten Rectangels sind nemlich $\begin{cases} x + a \\ mx - b' \end{cases}$ und sein Flächeninhalt ist $mx^2 -$ $(b - ma)\,x - ab.$

Dieser ist also nun kleiner, als der des ersten: und die Veränderung eine Abnahme, nemlich $(b - ma).x + ab.$ Wird diese durch p bezeichnet: so erhält man $x = \frac{p - ab}{b - ma}$; mit der vorigen Formel übereinstimmend, wenn man das Zeichen von p darinn ändert.

2) a bedeute Abnahme, und b Zunahme, so wird die Breite des ersten Rectangels $\frac{p + ab}{b - ma}$. Für $b = ma$ ist diese Größe unmöglich; wenn man nicht das Zeichen von p in das einer Abnahme ändert, und alsdann $ab = p$ hat. Wenn nemlich a Abnahme, und b Zunahme bedeutet; so wird der zweyte Flächeninhalt $mx^2 + (b - ma)\,x - ab.$ Es ist also, wenn $b = ma$, um die Größe ab kleiner, als das erste; und die Aufgabe ist unbestimmt. Ist $b > ma$: so kann nach Willkühr der zweyte Flächeninhalt größer oder kleiner als der erste angenommen werden; ist aber $b < ma$, so ist der zweyte Flächeninhalt nothwendig kleiner als der erste.

3) a und b bedeuten beyde Abnahmen, So wird die Formel für die Breite des ersten Rectangels $\frac{p - ab}{-ma - b} = \frac{ab - p}{ma + b}$. In diesem Fall wird der zweyte Flächeninhalt $mx^2 - (ma + b)\,x + ab.$ Soll er nun größer seyn als der erste; so ist die Zunahme $ab - (ma + b)\,x$: dies gleich p gesetzt, giebt $x = \frac{ab - p}{ma + b}$, mit dem vorhergehenden übereinstimmend. Soll hingegen der zweyte Flächeninhalt kleiner seyn, als der erste: so ist die Abnahme $(ma + b)\,x - ab$; und nennt man diese p, so erhält man $x = \frac{ab + p}{ma + b}$

Druckfehler.

Seite 9 Zeile 8 lies: zu verwickelt sind,
- 15 - 28 - 27a — 7a
- 17 §. 8. Zeile 3 v. u. l. diesen
- 22 Z. 6 l. + (— ab) = — ab
- 23 Z. 3 v. u. streiche befindlich aus
- 29 Z. 11 l. + 3. + 4
- 35 Z. 13 l. zu — a, + b
- 36 Z. 4 l. — (+ b)
- - - 5 l. + a. — (+ b) = — (+ b). + a
- - - 11 l. — a. + b
- - - 17 l. $\frac{+a}{-b} = \frac{-1.-a}{-1.+b} = \frac{-a}{+b}$
- 42 Z. 10 l. 24. 21
- 4, Z. 9 v. u. l. so statt also
- 47 Z. 8 l. Wurzel a,
- 49 Z. 14 v. u. l. haben statt beobachten
- - Z. 2 l den statt denen u. und statt ist
- 50 §. 54. Z 2 l wie folget
- 51 Z. 5 l. Sieben, statt 7
- 57 Z. 3 l. ich nochmals mit 7 wie
- 64 Z. 9 v. u. l. a statt und überall
- - Z. 3 l. sagt statt ansagt.
- 70 Z. 3 l. weggegebene
- 73 Z. 12 l. in der 7ten Aufg. und Zeile 13 l. in der 8ten Aufg.
- 76 Z. 6 v. u. l. wir die
- 90 Z. 5. l. keiner
- 99 u. 100 die 44ste Aufg. muß hinter der 45sten folgen
- 109 Z. 4 u. 5 l. $\frac{35}{16}$ statt $\frac{21}{16}$. u. Z. 19, 21, 22 lese man 16, 24, 30, 35, C. 30, D. 35
- 119 Z. 17 l. 3400 addirt
- 138 Z. 16 l. 39900 Fuß statt 399 Fuß
- 145 Z. 6 l. d addirt

Seite 147

Seite 147 Z. 5 l. = 26
– 160 Z. 18 l. t, t — t', t — t" und
Z. 25 l. (u + u' + u"). t
– 167 Z. 9 l. $\frac{1}{1}\frac{2}{6}$
– 169 Z. 18 l. (a — b). x
– 172 Z. 9 v. u. l. 2400 addirt
– 173 Z. 13 v. u. l. 100 statt 100 Thlr.
– 200 Z. 7 l. 15 addirt
– 204 Z. 6 l. $\frac{(r-1)\,y+a'}{r-2}$
– – – 9 l. Vor der
– – – 10 l. $\frac{y^q}{r-q}$
– – – 12 l. $\frac{(r-q)\,y^{q-1}+a^q}{r-q-1}$
– – – 17 l. $\frac{(r-n+1)\,y^{n-2}+a^{n-1}}{r-n}$
– 205 Z. 9 v. u. l. 275 addirt
– 216 Z. 12 v. u. l. $\frac{3}{2}x$ addirt
– 218 Z. 13 l. 40 addirt
– 240 Z. 4 v. u. l. 672 addirt
– 241 Z. 3 l. 3y addirt u. Z. 7 v. u. l. 213te statt vorhergehenden
– 245 Z. 6 v. u. l. als statt weil
– 246 Z. 7 v. u. l. gleiche Anzahl Meilen zurück
– 248 Z. 19 l. = $\frac{25}{15}\frac{.x}{6}$ = 1
– 249 Z. 7 u. 6 v. u. l. in einen Tag und einer Nacht
– 267 256ste Aufg. l Von drey Arbeitern schaft der
. . . . . der Grube, der Andere
– 279 Z. 4 v. u. streiche an den Verkaufpreis aus
– 281 Z. 21 setze 275ste * Aufg. und Z. 32 setze 275 ** Aufg.
– 283 Z. 8 v. u. l. Summen
– 284 Z. 12 v. u. l. hier statt ihrer
– 288 Z. 16 u. 17 l. vor Ort mehr in einer Woche herausgeschlagen
– 290 Z. 12 v. u. l. d statt p

Seite 293

Seite 293 Z. 11 v. u. l. a — x =
– 296 Z. 9 l. + x addirt
– 300 Z. 9 l. um 3 Jahr
– – Z. 11 l. $\frac{3}{\frac{1}{12}}$ = 36 Jahr
– 302 ist das Pag. unrichtig
– 307 Z. 14 l. in 24
– 313 Z. 14 l. = $\frac{2ab}{b + c}$
– 318 Z. 12 l. in der Formel ± q. n

Einige neue Bücher in J. C. Hendels Verlage zu Halle.

Aegyptus auctore Ibn al-Vardi. Ex Apographo Escorialensi, una cum lectionibus variis e Codice Dresdensi primus edidit, vertit, notulisque illustravit *Chr. Mart. Fraehn.* med. 8. 12 Gr.

Andrä, Fr. A. Lehrreicher Zeitvertreib bey müßigen Stunden; bestehend in einer Auswahl neuer Anekdoten, Erzählungen, Aufsätzen und Gedichten. 8. 20 Gr.

d'Antoni, A. V. Papp. von der Kriegsbaukunst; für die königlich theoretischen Schulen der Artillerie und Fortifikation. Erstes Buch, in welchem die regulaire Fortification abgehandelt wird 8v. nebst 22 Kupfern. Aus dem Ital. übersetzt von einem Officier des Kön. Preuß. Ingenieurcorps. 1 Thlr. 16 Gr.

——— dasselbe in französischer Sprache. 8. 798. 1 Thlr 16 Gr.

Archiv für deutsche Schützengesellschaften. Erster Band; oder: Versuch einer historischen Beschreibung aller ehemaligen und jetzt üblichen Wehr- und Waffenarten. Gesammlet und herausgegeben von J. C. Hendel. Mit Kupf. mehrern Holzschnitten und 2 Tabellen. gr. 8v. 803 1 Thlr. 12 Gr.

Aurora von Clari, vom Fräulein K. v. R. 8. 12 Gr.

Bachmann, F. C v. Entwurf zur Statistick der preussischen Staaten. Ein Lesebuch für jeden Unterthan. gr. 8. 16 Gr.

v. Bünau, Rud. gründlicher Unterricht zur Artillerie und Feuerwerkerey. Mit Kupfern. 8v. 1 Thlr.

Euble, C. A. Von Münz-, Gewicht-, Maaß- und Zahlen-Benennung, zur Erleichterung des Kopfrechnens. 6 Gr.

Eulenkapp's Leben und Leiden; eine tragisch-komische Geschichte von Fr. C. Laukhard. 8. 18 Gr.

Geschichte des Amtsrath Franz Ehrlich, eines deutschen Landwirths, von ihm selbst beschrieben; oder die Wirkungen des Vaterfluchs. 8. 20 Gr.

Hölty,

Hölty, C. L. H. sämmtlich hinterlassene Gedichte, nebst einer Skitze eines Lebens. 3te verbesserte Auflage. mit 2 Kupfe n. 8v. 1 Thlr. 4 Gr.

Hobbes, Thomas, Leviathan, oder der kirchliche und bürgerliche Staat. 2 Bände. gr. 8v. 1 Thlr. 12 Gr.

Mathildens Carriere über Land und Meer, durch Inquisition und Serail, bis in die Arme ihres Vielgeliebten. 3 Bände. Mit Kupf. 8. 2 Thlr. 4 Gr.

Meyer, J. G. neu entworfene Rechentafeln, nach einer zweckmäßigen Methode eingerichtet. Erste Lieferung, enthält die Anfangsgründe der Rechenkunst, bis zur Interess-Rechnung. gr. 8. 1 Thlr. 8 Gr.

— — 2te Lieferung, enthält die Kettenrechnung, Münz-, Gesellschafts-, Erbtheilungs-, Faktorey- oder Commißions, Rabatt-, Tara-, Fusti-, Zeit-, Vermischungs-, Falsi-, Ebbi-, Gewinn- und Verlust-, Stich-, Tausch- oder Baratt-, Cazir- und Reductionsrechnung. 1 Thlr. 8 Gr.

Morgenbeim, D. A. kurzer Abriß einer Geschichte des Königreichs Preussen, vom Jahr 1228, bis auf unsre Zeiten. Nebst einer Charakteristik der Lithauer. Als Leitfaden beym erster Unterricht der vaterländschen Geschichte zu gebrauchen. 8o. 4 Gr.

Poëtische Versuche, von Wilh. Caletzki. 8. 12 Gr.

Portefeuille neuer etymologischer Sprach-Tabellen, für Reisende und Sprachfreunde der lateinischen, französischen, englischen und italienischen Sprachen. 1 Thlr. 4 Gr.

Saundersons Algebra, aus dem Englischen übersetzt und mit vielen Zusatzen und Verbesserungen bereichert von J. D. Grüson. Erster Theil. 8. 1 Thlr. 4 Gr.

Schmieder, D. C. C. topographische Mineralogie der Gegend um Halle in Sachsen; oder Beschreibung derer sich um Halle findenden Mineralien und Foßilien, nebst genauer Anzeige der Orte. 8. 797 10 Gr.

——— Versuch einer practischen Elementar-Geometrie, für Schulen und zum Selbstunterricht, mit beygedruckten Figuren. gr. 8. 16 Gr.

Schröter, Fr. Aug. Versuch einer Anleit. zur praktischen Rechenkunst als Handbuch brauchbar für alle Stände. Mit Kupf. und vielen logarithmischen Tabellen. 8. 1 Thlr.

Schwedler, J. Fr. Anfangsgründe einer Propädeutik zur schönen Kunst. Zum Schulgebrauch. 8 4 Gr.

Spieker C. W. Meine Reise von Halle nach dem Brocken, in dem Jahre 1802. 8. 18 Gr.

Stange, C. F. Theologische Symmicta. 3 Theile. 1 Thlr. 16 Gr.

Vegetius, Flav. Renatus, Anleitung zur Kriegswissenschaft an den Kayser Valentinian, in 5 Büchern, aus d. Lat. übers. und ausführlich erläutert von R. Meinicke. 8. 20 Gr.

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Grüson, Johann Philipp,

Sammlung aufgelöster algebraischer Aufgaben nebst einer Einleitung in die Buchstabenrechnung und Algebra

Bd.: 1

Halle 1805

Math.p. 191 a-1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081883-2